

## РОЗВИТОК МЕТОДУ ОПТИМІЗАЦІЇ РОЗГАЛУЖЕНИХ ТРАЄКТОРІЙ У ЗАДАЧАХ РОЗРАХУНКУ ОПОРНОГО РУХУ ДВОСТУПЕНЕВОГО БЕЗПІЛОТНОГО ДЕМОНСТРАТОРА ГІПЕРЗВУКОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ

\*Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», м. Київ, Україна

\*\*Національний авіаційний університет, м. Київ, Україна

**Анотація.** Запропоновано метод розрахунку траєкторії руху двоступеневого безпілотного демонстратора гіперзвукових технологій, який складається з безпілотного літака-носія і безпілотного орбітального літака. Сформульовано необхідні умови оптимальності фазових координат і керувань у точках структурних перетворень розгалуженої траєкторії руху двоступеневого безпілотного демонстратора. Розглянуто різні варіанти розрахунку оптимальної траєкторії руху двоступеневого безпілотного демонстратора на етапах підйому-розгону і відділення його ступенів.

**Ключові слова:** двоступеневий безпілотний демонстратор, оптимальне керування, розгалужена траєкторія.

**Аннотация.** Предложен метод расчета траектории движения двухступенчатого беспилотного демонстратора гиперзвуковых технологий, состоящего из беспилотного самолета-носителя и беспилотного орбитального самолета. Сформулированы необходимые условия оптимальности фазовых координат и управлений в точках структурных преобразований разветвленной траектории движения двухступенчатого беспилотного демонстратора. Рассмотрены различные варианты расчета оптимизации траектории движения двухступенчатого беспилотного демонстратора на этапах подъема-разгона и разделения его ступеней.

**Ключевые слова:** двухступенчатый беспилотный демонстратор, оптимальное управление, ветвящаяся траектория.

**Abstract.** A method of calculating the trajectory of a two-stage unmanned demonstrator of hypersonic technologies, consisting of an unmanned carrier aircraft and an unmanned orbital aircraft is proposed. The necessary conditions for phase coordinates and controls optimality at the branching trajectory structural transformations points of a two-stage unmanned demonstrator are formulated. Different cases for calculations of two-stage unmanned demonstrator motion trajectory optimization at the takeoff and stages-splitting motion phases of a demonstrator are considered.

**Keywords:** Two-stage unmanned demonstrator, optimal control, branching trajectory.

### 1. Вступ

Розвиток космічних технологій у науково-дослідницьких, прикладних і військових цілях поставив питання про зниження витрат, пов'язаних з доставкою вантажів на навколосемні орбіти. Перспективним розв'язком цієї задачі є використання багаторазової транспортної космічної системи (БТКС), в якій уся конструкція або її частина використовується багаторазово [1, 3]. Про доцільність використання БТКС свідчать результати льотно-конструкторських випробувань і експлуатації орбітальних багаторазових транспортних космічних систем: «Спейс шаттл», «Буран», «Спираль». Обґрунтовані і розроблені проекти орбітальних і суборбітальних транспортних космічних систем МАКС, «Хотол», «Зангер», «Гермес», «XL-20», «Хоуп», «Клипер» та інших [1–4].

Перспективою розвитку БТКС є одноступеневі з горизонтальним стартом авіаційно-космічні системи (ОГС АКС) з комбінованою силовою установкою. За теоретичними оцінками [4], в апаратів, що горизонтально стартують, сила тяги, яка витрачається на компенсацію сили лобового опору для різних типів апаратів зі злітною масою до 600 тон, не буде перевищувати  $50-100 \cdot 10^4$  Н, в той час, як у апаратів, що вертикально стартують, може до-

сягати  $3000 \cdot 10^4$  Н. Проміжним етапом на шляху практичної реалізації технології ОГС АКС виведення в космос корисного навантаження є двоступеневі із горизонтальним стартом АКС (ДГС АКС) з першим гіперзвуковим ступенем-розгонщиком, який прийнято називати літак-носій (ЛН), і другим орбітальним ступенем, який називають орбітальним літаком (ОЛ). Припускається, що безпілотний варіант ДГС АКС буде використано як для відпрацювання гіперзвукових аерокосмічних технологій, впровадження яких приведе до створення пілотованих ДГС АКС і пілотованих (безпілотних) ОГС АКС, так і технологій виведення у ближній космос і зняття з орбіти нано-, мікро- і малих супутників різного призначення (технологія створення космічних супутникових угруповань, які не перетворюються з часом в космічне сміття). При відпрацюванні вказаних технологій на базі безпілотних ДГС АКС реалізується системний підхід, що полягає в конструктивній і алгоритмічній інтеграції планера, силової установки і бортового інформаційно-керуючого комплексу. Запропонований у статті метод дозволяє реалізувати вказаний підхід у частині, що стосується алгоритмів траекторного управління безпіотною ДГС АКС (БДГС АКС).

Як модель (сценарію) траекторного руху БДГС АКС пропонується використовувати розгалужену траекторію (рис. 1) [9, 10].

Дана робота присвячена розробці методу розрахунку оптимальної опорної розгалуженої траекторії БДГС АКС. Опорною вважається та траекторія, яка може бути прийнята як раціональне перше наближення до оптимальної траекторії, побудова якої здійснюється на більш детальних і точних моделях руху ступенів демонстратора.

## 2. Постановка задачі

Вихідні дані. Як перший ступінь БДГС АКС використовується гіперзвуковий безпілотний літак-носій (ГБЛН), а як орбітальний ступінь – безпілотний орбітальний літак (БОЛ), який після запуску в космос може повертатися по траекторії літака на землю.

Тяга ЛН створюється комбінованою силовою установкою, що складається з турбореактивних, прямооточних, гіперзвукових прямооточних повітряно-реактивних двигунів. Силова установка ОЛ – це рідинний ракетний двигун (РРД). Якісну картину профілю польоту БДГС АКС представлено на рис. 1.

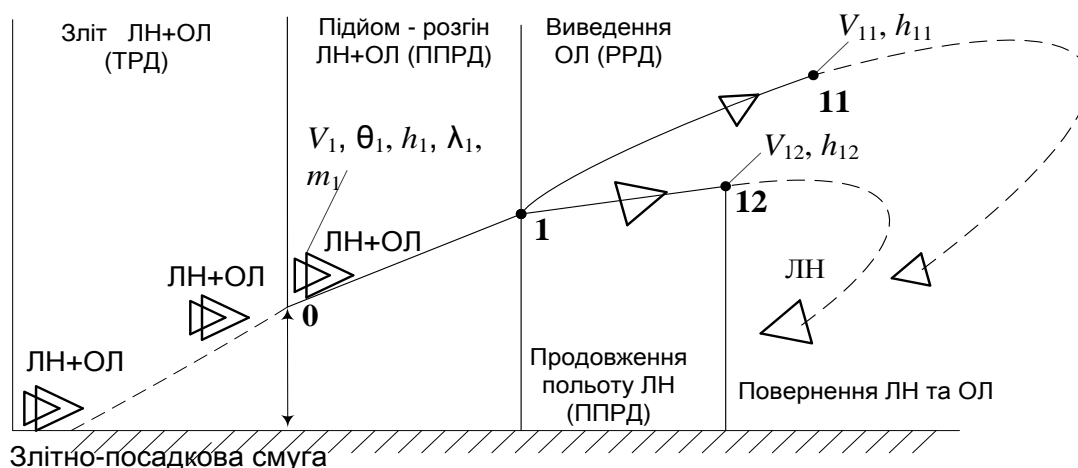


Рис. 1. Якісна картина профілю польоту демонстратора (БДГС АКС): ТРД (турбореактивний двигун), ППРД (прямоточний повітряно-реактивний двигун) – режими роботи силової установки ГБЛН, РРД – рідинний ракетний двигун БОЛ

Припускається, що рух ступенів демонстратора відбувається у площині екватора у східному напрямі, ковзання відсутнє, а кут крену дорівнює нулю.

З урахуванням прийнятих припущень, як математична модель руху ступенів демонстратора вздовж гілок траєкторії (див. рис.1) приймаються відповідні рівняння руху центру мас ЛН+ОЛ (гілка 0 – 1), ЛН (гілка 1 – 12), ОЛ (гілка 1 – 11) у проекціях на вісі траєкторної системи координат (за відсутністю вітру) [5, 6]:

$$m\dot{V} = P \cos \alpha - X_a - mg(r, \omega_3) \sin \theta, \quad (1)$$

$$mV\dot{\theta} = P \sin \alpha + Y_a - mg(r, \omega_3) \cos \theta + 2mV\omega_3 + m \frac{V^2}{r} \cos \theta, \quad (2)$$

$$g(r, \omega_3) = \frac{\mu}{r^2} - r\omega_3^2$$

доповнені кінематичними рівняннями

$$\dot{h} = V \sin \theta, \quad (3)$$

$$\dot{\lambda} = \frac{V}{r} \cos \theta, \quad (4)$$

і рівнянням змінення маси

$$\dot{m} = -f, \quad (5)$$

де  $P$  – тяга силової установки ступенів демонстратора на відповідних гілках траєкторії,  $\alpha$  – кут атаки,  $\theta$  – кут нахилу траєкторії,  $Y_a$ ,  $X_a$  – відповідно підйомна сила і лобовий опір,  $\omega_3$  – кутова швидкість обертання Землі,  $r = R_3 + h$  ( $R_3$  – умовний радіус Землі,  $h$  – геометрична висота),  $\mu$  – добуток гравітаційної сталої на масу Землі,  $\lambda$  – довгота,  $f$  – секундна витрата маси. Зауважимо, що спрощення рівнянь (1) – (5) не впливає на зміст задачі, який полягає в оптимізації саме розгалуженої траєкторії. Оптимальний розв’язок траєкторної задачі, що одержують для нульового кута нахилу площини орбіти по відношенню до екватора (рух у площині екватора), дає похибку не більше 2% від оптимального розв’язку, отриманого для ненульового кута [2].

Для різних ділянок розгалуженої траєкторії рівняння (1) – (5) будуть відрізнятися величиною тяги, аеродинамічним впливом, секундною витратою маси  $f$  та її початковим значенням. Для позначення приналежності вектора стану, управління та інших параметрів до опису руху ступенів демонстратора вздовж гілок траєкторії 0-1 (ЛН+ОЛ), 1-12 (ЛН), 1-11 (ОЛ) будемо відмічати їх лівим нижнім індексом відповідно 1, 12, 11. У випадках, коли міркування стосуються усіх гілок розгалуженої траєкторії або коли зрозуміло, про яку саме гілку розгалуженої траєкторії йде мова, індекси 1, 12, 11 не записуємо.

Як критерій оптимізації траєкторії руху ступенів демонстратора приймаємо векторний критерій вигляду

$$I = \{\Delta t_1, \Delta t_{12}, \Delta t_{11}\}^T, \quad (6)$$

де компонентами є інтервали часу руху ступенів по гілках траєкторії;  $\Delta t_1 = t_1 - t_0$ ;  $\Delta t_{1i} = t_{1i} - t_1$  ( $i = 1, 2$ );  $t_1, t_{12}, t_{11}$  – моменти часу структурних перетворень траєкторії демонстратора,  $t_0 < t_1 < t_{12} < t_{11}$  (рис. 1). Перетворимо векторний критерій у адитивну скалярну форму

$$I = b_1 \Delta t_1 + b_{12} \Delta t_{12} + b_{11} \Delta t_{11}, \quad (7)$$

де  $b_1, b_{12}, b_{11}$  – нормовані вагові коефіцієнти.

Будемо вважати, що ЛН+ОЛ починають підйом-розгін у момент часу  $t_0 = 0$  в точці фазового простору моделі (1) – (5) з координатами  $V_1, \theta_1, h_1, \lambda_1, m_1$ .

Після підйому-розгону і відділення ступенів орбітальний літак і літак-носій повинні досягнути швидкостей і висот відповідно  $V_{11}, h_{11}$  (ОЛ) і  $V_{12}, h_{12}$  (ЛН) за довільних значень  $\theta_{1i}, \lambda_{1i}, m_{1i}$  ( $i = 1, 2$ ).

При розв'язанні даної задачі будемо розглядати як допустимий такий рух ступенів демонстратора по гілках траєкторії, при якому не порушуються такі обмеження за фазовими координатами  $x = \{V, \theta, h, \lambda, m\}^T$  і управлінням  $u = \{P, \alpha\}^T$  моделі (1) – (5): за величиною кута атаки  $\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}$ ; за величиною тяги силової установки  $P_{\min} \leq P \leq P_{\max}$ .

Такий набір обмежень відповідає фізичному змісту і є стандартним для задач динаміки польоту, в яких розв'язується проблема підйому-розгону БТКС [5, 7].

Задачу оптимізації розгалуженої траєкторії демонстратора також слід доповнити таким обмеженням:

$$h_{11}(t) - h_{12}(t) \geq A(t), t \in [t_1, t_{12}], \quad (8)$$

яке забезпечує умову безпеки руху ОЛ і ЛН після їх розділення. Умова (8) вимагає, щоб графіки висот польоту ОЛ та ЛН не наближувались до небезпечної відстані, при якій існує реальна небезпека зіткнення ОЛ та ЛН або потрапляння одного з них у супутній слід іншого [8].

### 3. Розвиток методу

Для розв'язання задачі оптимізації опірної розгалуженої траєкторії демонстратора будемо розвивати необхідні умови оптимальності управління детермінованої складеної динамічної системи з розділенням підсистем, викладених у роботах [9, 10].

У даній постановці задачі рівняння (1)–(8), що описують рух демонстратора за схемою (рис. 1), набувають вигляду

$${}_1\dot{x} = {}_1f({}_1x, {}_1u, t), t \in [t_0, t_1], \quad ({}_1x(t_0), t_0) = const, \quad ({}_1x(t_1), t_1) = var, \quad (9)$$

$${}_{11}\dot{x} = {}_{11}f({}_{11}x, {}_{11}u, t), t \in [t_1, t_{11}], \quad {}_{11}x(t_1) = const, \quad t_{11} = var, \quad (10)$$

$${}_{12}\dot{x} = {}_{12}f({}_{12}x, {}_{12}u, t), t \in [t_1, t_{12}], \quad {}_{12}x(t_{12}) = const, \quad t_{12} = var, \quad (11)$$

де  ${}_1x(t) \in E^n$ ,  ${}_{11}x(t) \in E^n$ ,  ${}_{12}x(t) \in E^n$  – відповідні вектори стану ступенів двоступеневого безпілотного демонстратора, а  ${}_1u(t) \in \Omega_1 \subset E^{m_1}$ ,  ${}_{11}u(t) \in \Omega_{11} \subset E^{m_{11}}$ ,  ${}_{12}u(t) \in \Omega_{12} \subset E^{m_{12}}$  – відповідні вектори керуючих дій, які кусково-неперервні.

У моменти розділення фазові координати ступенів демонстратора пов'язані співвідношеннями

$${}_1x_i(t_1) = {}_{11}x_i(t_1) = {}_{12}x_i(t_1), \quad (i = \overline{1, n-1}), \quad (12)$$

$${}_1x_n(t_1) = {}_{11}x_n(t_1) + {}_{12}x_n(t_1), \quad (13)$$

$$Q({}_{11}x, {}_{12}x, {}_{11}u, {}_{12}u, t) \leq 0, t \in [t_1, t_{12}], \quad (14)$$

де координата з індексом  $n$  – це маса.

Векторний критерій оптимізації розгалуженої траєкторії ступенів демонстратора запишемо в адитивній формі:

$$I = \int_{t_0}^{t_1} \Phi_1({}_1x, {}_1u, t) dt + \int_{t_1}^{t_{12}} \Phi_{11}({}_{11}x, {}_{11}u, t) + \Phi_{12}({}_{12}x, {}_{12}u, t) dt + \int_{t_1}^{t_{11}} \Phi_{11}({}_{11}x, {}_{11}u, t) dt \rightarrow \min_{\substack{{}_1u(t), t \in [t_0, t_1], {}_{12}u(t), t \in [t_1, t_{12}], \\ {}_{11}u(t), t \in [t_1, t_{11}], {}_1x(t_1), t_1, t_{11}, t_{12}}}.$$
(15)

Інтегральні члени критерію (15) виражають вимоги до характеру руху ступенів демонстратора вздовж відповідних гілок траєкторії.

Основні розрахункові співвідношення для задачі (9) – (15) сформулюємо у такому вигляді.

Нехай

${}_1x(t), {}_1u(t), t \in [t_0, t_1], {}_{12}x(t), {}_{12}u(t), t \in [t_1, t_{12}], {}_{11}x(t), {}_{11}u(t), t \in [t_1, t_{11}], t_0 < t_1 < t_{12} < t_{11}$  – допустимий процес. Для оптимальності допустимого процесу необхідно існування функціонального множника  $\mu(t) \geq 0, t \in [t_1, t_{12}]$ , неперервних розв'язків  ${}_1\psi(t), t \in [t_0, t_1], {}_{11}\psi(t), {}_{12}\psi(t), t \in [t_1, t_{12}], {}_{11}\psi(t), t \in [t_{12}, t_{11}]$  диференціальних рівнянь

$${}_1\dot{\psi} + \left. \frac{\partial H_1}{\partial {}_1x} \right|_{\wedge} = 0, t \in [t_0, \hat{t}_1],$$
(16)

$${}_{11}\dot{\psi} + \left. \frac{\partial H_{11}}{\partial {}_{11}x} \right|_{\wedge} = 0, t \in [\hat{t}_{12}, \hat{t}_{11}],$$
(17)

$${}_{12}\dot{\psi} + \left. \frac{\partial H_{12}}{\partial {}_{12}x} \right|_{\wedge} + \mu(t) \left. \frac{\partial Q}{\partial {}_{12}x} \right|_{\wedge} = 0, t \in [\hat{t}_1, \hat{t}_{12}],$$
(18)

$${}_{11}\dot{\psi} + \left. \frac{\partial H_{11}}{\partial {}_{11}x} \right|_{\wedge} + \mu(t) \left. \frac{\partial Q}{\partial {}_{11}x} \right|_{\wedge} = 0, t \in [\hat{t}_1, \hat{t}_{12}],$$
(19)

таких, що справедливі умови:

1) трансверсальності:

$$H_{11}({}_{11}\hat{x}, {}_{11}\hat{u}, {}_{11}\psi, \hat{t}_{11}) = 0;$$
(20)

2) стрибка:

$${}_1\psi(\hat{t}_1) = {}_{11}\psi(\hat{t}_1) + {}_{12}\psi(\hat{t}_1),$$
(21)

$${}_{11}\psi(\hat{t}_{12} - 0) = {}_{11}\psi(\hat{t}_{12} + 0),$$
(22)

$$H_1({}_1\hat{x}, {}_1\hat{u}, {}_1\psi, \hat{t}_1) = H_{12}({}_{12}\hat{x}, {}_{12}\hat{u}, {}_{12}\psi, \hat{t}_1) + H_{11}({}_{11}\hat{x}, {}_{11}\hat{u}, {}_{11}\psi, \hat{t}_1) + \mu(\hat{t}_1)Q({}_{11}\hat{x}, {}_{12}\hat{x}, {}_{11}\hat{u}, {}_{12}\hat{u}, \hat{t}_1),$$
(23)

$$H_{11}({}_{11}\hat{x}, {}_{11}\hat{u}, {}_{11}\psi, \hat{t}_{12} - 0) + H_{12}({}_{12}\hat{x}, {}_{12}\hat{u}, {}_{12}\psi, \hat{t}_{12} - 0) + \mu(\hat{t}_{12} - 0)Q({}_{11}\hat{x}, {}_{12}\hat{x}, {}_{11}\hat{u}, {}_{12}\hat{u}, \hat{t}_{12} - 0) - H_{11}({}_{11}\hat{x}, {}_{11}\hat{u}, {}_{11}\psi, \hat{t}_{12} + 0) = 0;$$
(24)

3) мінімуму гамільтоніанів:

$$H_{\beta}({}_{\beta}\hat{x}(t), {}_{\beta}\hat{u}(t), {}_{\beta}\psi(t), t) = \min_{\beta u(t) \in \Omega_{\beta}} H_{\beta}({}_{\beta}\hat{x}(t), {}_{\beta}u(t), {}_{\beta}\psi(t), t),$$
(25)

$$\beta = 1, t \in [\hat{t}_0, \hat{t}_1], ; \beta = 11, t \in [\hat{t}_{12}, \hat{t}_{11}],$$

$$\begin{aligned}
& H_{11}({}_{11}\hat{x}, {}_{11}\hat{u}, {}_{11}\Psi, \hat{t}_1) + H_{12}({}_{12}\hat{x}, {}_{12}\hat{u}, {}_{12}\Psi, \hat{t}_1) + \mu(\hat{t}_1)Q({}_{11}\hat{x}, {}_{12}\hat{x}, {}_{11}\hat{u}, {}_{12}\hat{u}, \hat{t}_1) = \\
& = \min_{\substack{{}_{11}u(t) \in \Omega_{11}, \\ {}_{12}u(t) \in \Omega_{12}, \\ t \in [\hat{t}_1, \hat{t}_2]}} \left[ \begin{array}{l} H_{11}({}_{11}\hat{x}, {}_{11}u, {}_{11}\Psi, \hat{t}_1) + \\ + H_{12}({}_{12}\hat{x}, {}_{12}u, {}_{12}\Psi, \hat{t}_1) + \\ + \mu(\hat{t}_1)Q({}_{11}\hat{x}, {}_{12}\hat{x}, {}_{11}u, {}_{12}u, \hat{t}_1) \end{array} \right], \quad (26)
\end{aligned}$$

де  $H_1 = \Phi_1 + {}_1\Psi^T f$ ,  $H_{12} = \Phi_{12} + {}_{12}\Psi^T f$ ,  $H_{11} = \Phi_{11} + {}_{11}\Psi^T f$ .

У вихідній постановці задачі для опису динаміки руху ступенів демонстратора по гілках розгалуженої траєкторії використовуємо систему (1) – (5) з відповідними параметрами і характеристиками.

Вектори стану і управління з рівнянь (9) – (15) будуть мати такий склад:  ${}_{\beta}x = \{V_{\beta}, \theta_{\beta}, h_{\beta}, \lambda_{\beta}, m_{\beta}\}^T$ ,  ${}_{\beta}u = \{\alpha_{\beta}, P_{\beta}\}^T$ , де  $\beta$  – дільниця розгалуженої траєкторії ( $\beta = 1, 12, 11$ ). Обмеження (14) набуває вигляд (8).

#### 4. Варіанти постановок розрахункових задач

У процесі виконання розрахунків розглядаються п'ять варіантів оптимізації критерію (15), що відповідає у вихідній постановці задачі критерію (7) за умови, що  $\Phi_{\beta}({}_{\beta}x, {}_{\beta}u, t) = b_{\beta}$ , де  $\beta$  – гілка розгалуженої траєкторії ( $\beta = 1, 12, 11$ ).

1. Головний варіант, що вимагає виконання усіх необхідних умов (16) – (26).

2. Допоміжний варіант за  $H$  (за гамільтоніанами), що вимагає виконання умов (16) – (20), (23) – (26). За фізичним змістом задачі це означає, що точка відокремлення оптимізується тільки за моментом відокремлення  $t_1$  для довільної фазової координати  ${}_1x(t_1)$ , при якій виконуються вказані умови. Формально це означає, що мінімум виразу (15) шукають за усіма вказаними в ньому управліннями і параметрами, крім  ${}_1x(t_1)$ .

3. Допоміжний варіант за  $\psi$  (за спряженими змінними), що вимагає виконання умов (16) – (22), (24) – (26). За фізичним змістом задачі це означає, що точка відокремлення оптимізується тільки за фазовою координатою  ${}_1x(t_1)$  для довільного моменту часу, при якому виконуються вказані умови. Формально це означає, що мінімум виразу (15) шукають за усіма вказаними в ньому управліннями і параметрами, крім  $t_1$ .

4. Пріоритетний варіант руху для орбітального літака, що вимагає виконання умов (16), (17) для  $t \in [t_1, t_{11}]$ , (18), (20), (25), для  $\beta = 1$  і  $t \in [t_0, t_1]$ ,  $\beta = 11$  і  $t \in [t_1, t_{11}]$ , до яких додаються умови

$${}_1\Psi(\hat{t}_1) = {}_{11}\Psi(\hat{t}_{11}),$$

$$H_1({}_1\hat{x}, {}_1\hat{u}, {}_1\Psi, \hat{t}_1) = H_{11}({}_{11}\hat{x}, {}_{11}\hat{u}, {}_{11}\Psi, \hat{t}_1),$$

$$H_{12}({}_{12}\hat{x}, {}_{12}\hat{u}, {}_{12}\Psi, \hat{t}_{12}) + \mu(\hat{t}_{12})Q({}_{11}\hat{x}, {}_{12}\hat{x}, {}_{11}\hat{u}, {}_{12}\hat{u}, \hat{t}_{12}) = 0,$$

$$H_{12}({}_{12}\hat{x}, {}_{12}\hat{u}, {}_{12}\Psi, t) + \mu(t)Q({}_{11}\hat{x}, {}_{12}\hat{x}, {}_{11}\hat{u}, {}_{12}\hat{u}, t) = \min_{\substack{{}_{12}u(t) \in \Omega_{12}, \\ t \in [\hat{t}_1, \hat{t}_{12}]}} \left[ \begin{array}{l} H_{12}({}_{12}\hat{x}, {}_{12}u, {}_{12}\Psi, t) + \\ + \mu(t)Q({}_{11}\hat{x}, {}_{12}\hat{x}, {}_{11}\hat{u}, {}_{12}u, t) \end{array} \right].$$

За фізичним змістом задачі це означає, що в точці відокремлення створюються найкращі умови для виведення орбітального літака, які не враховують подальший рух літака-носія. Іншими словами, спочатку оптимізується ділянка траєкторії 0 – 1 – 11, а потім, виходячи з обчисленої точки  $({}_1x(t_1), t_1)$ , оптимізується рух ЛН вздовж гілки 1 – 12 з умови мінімізації інтервалу часу  $\Delta t_{12} = t_{12} - t_1$  ( $t_1 = const, t_{12} = var$ ) перельоту в точку  ${}_{12}x(t_{12}) = const$  з дотриманням обмеження (14), в якому  ${}_{11}x(\cdot)$  і  ${}_{11}u(\cdot)$  є відомими функція-

ми часу  $t \in [t_1, t_{12}]$ . Формально це означає, що в задачі (9) – (15) в точці відокремлення варіюються усі координати ступеня ЛН+ОЛ  ${}_{11}x(t_1)$ , крім маси, а також момент часу початку виведення на орбіту ОЛ.

5. Пріоритетний варіант руху для літака-носія, що вимагає виконання умов (16), (17), (19), (20), (22), (25) для  $\beta = 1$  і  $t \in [t_0, t_1]$ ,  $\beta = 12$  і  $t \in [t_1, t_{12}]$ ,  $\beta = 11$  і  $t \in [t_{12}, t_{11}]$ , до яких додаються умови

$${}_{12}\dot{\Psi} + \left. \frac{\partial H_{12}}{\partial {}_{12}x} \right|_{\wedge} = 0, t \in [\hat{t}_1, \hat{t}_{12}],$$

$$H_{12}({}_{12}\hat{x}, {}_{12}\hat{u}, {}_{12}\Psi, \hat{t}_{12}) = 0,$$

$$H_1({}_1\hat{x}, {}_1\hat{u}, {}_1\Psi, \hat{t}_1) = H_{12}({}_{12}\hat{x}, {}_{12}\hat{u}, {}_{12}\Psi, \hat{t}_1),$$

$${}_1\Psi(\hat{t}_1) = {}_{12}\Psi(\hat{t}_1),$$

$$H_{11}({}_{11}\hat{x}, {}_{11}\hat{u}, {}_{11}\Psi, t) + \mu(t)Q({}_{11}\hat{x}, {}_{12}\hat{x}, {}_{11}\hat{u}, {}_{12}\hat{u}, t) = \min_{{}_{11}u(t) \in \Omega_{11}, t \in [\hat{t}_1, \hat{t}_{12}]} \left[ H_{11}({}_{11}\hat{x}, {}_{11}u, {}_{11}\Psi, t) + \mu(t)Q({}_{11}\hat{x}, {}_{12}\hat{x}, {}_{11}u, {}_{12}\hat{u}, t) \right].$$

За фізичним змістом задачі це означає, що в точці відокремлення створюються найкращі умови для подальшого руху літака-носія, які не враховують ті незручності, що створюються для подальшого руху орбітального літака. Тобто, в першу чергу, оптимізується дільниця 0 – 1 – 12, а потім, виходячи з обчисленої точки  $({}_{11}x(t_1), t_1)$ , оптимізується рух ОЛ вздовж гілки 1 – 11 з умови мінімізації інтервалу часу  $\Delta t = t_{11} - t_1$  ( $t_1 = const$ ,  $t_{11} = var$ ) виведення в точку  ${}_{11}x(t_{11}) = const$  з дотриманням обмеження (14), в якому  ${}_{12}x(\cdot)$  і  ${}_{12}u(\cdot)$  є відомими функціями часу  $t \in [t_1, t_{12}]$ . Формально це означає, що в задачі (9) – (15) в точці відокремлення варіюються усі координати ступеня ЛН+ОЛ  ${}_{11}x(t_1)$  і всі координати ступеня ЛН, а також момент часу закінчення сумісного руху ЛН+ОЛ та момент початку окремого подальшого руху ЛН.

В усіх п'яти варіантах задача оптимізації критерію (7) зводиться до розв'язання трьох двоточкових крайових задач, пов'язаних між собою в точці відокремлення спеціальними умовами: умовами неперервності усіх фазових координат, крім маси; умовами стрибка за спряженими змінними і гамільтоніанами. Для однозначного розв'язання задачі оптимізації за кожним варіантом потрібно, щоб загальна кількість довільних сталих, які входять у розв'язок системи звичайних диференціальних рівнянь, що описують рух ступенів демонстратора, еволюцію спряжених змінних і кількість моментів часу відокремлення ступенів, дорівнювала кількості обмежувальних умов.

## 5. Висновки

У даній статті викладено розвиток методу оптимізації розгалужених траєкторій у задачах розрахунку опірної траєкторії руху двоступеневого безпілотного демонстратора гіперзвукових технологій.

Запропонований метод є теоретичною основою для реалізації системного підходу при побудові процедури компоновання ступенів гіперзвукових демонстраторів, а також інтеграції конструктивних особливостей планера ступенів демонстратора і комбінованої силової установки.

Запропонований метод може бути використано як для попереднього, так і для оперативного розрахунку траєкторії руху ступенів демонстратора.

## СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. Лозино-Лозинский Г.Е. Сравнительный анализ многоразовых космических транспортных систем / Г.Е. Лозино-Лозинский, Э.П. Дудар // Проблемы механики и надежности машин. – 1995. – № 4. – С. 3 – 12.
2. Гусынин В.П. Авиационно-космическая лаборатория для отработки гиперзвуковых технологий / В.П. Гусынин, И.И. Сердюк // Вісник НАУ. – Київ, 2000. – № 1-2. – С. 292 – 295.
3. Лазарев Ю.А. Управление траекториями аэрокосмических аппаратов / Ю.А. Лазарев // Самарский научный центр РАН. – Самара, 2007. – С. 274.
4. Лукашевич В.П. Космические крылья / В.П. Лукашевич, И.Б. Афанасьев. – Москва, 2009. – 498 с.
5. Основы проектирования летательных аппаратов (транспортные системы) / В.П. Мишин, В.К. Безвербый, Б.М. Панкратов [и др.]; под ред. В.П. Мишина. – Москва: Машиностроение, 1985. – 360 с.
6. Аэромеханика самолета: динамика полета / Под ред. А.Ф. Бочкарева, В.В. Андриевского. – Москва: Машиностроение, 1985. – 360 с.
7. Охоцимский Д.Е. Основы механики космического полета / Д.Е. Охоцимский, Ю.Г. Сихарулидзе. – М.: Наука, 1990. – 448 с.
8. Швец А.И. Аэродинамика сверхзвуковых форм / Швец А.И. – М.: Издательство МГУ, 1979. – 240 с.
9. Lysenko O. The optimal injection path of group of nanosatellite multisensor-based platforms / O. Lysenko, O. Tachinina, I. Alekseeva // IEEE 4th International Conference «Methods and Systems of Navigation and Motion Control». – Kyiv, 2016. – P. 200 – 205.
10. Lysenko O. Path Constructing Method of Unmanned Aerial Vehicle / O. Lysenko, O. Tachinina, I. Alekseeva // IEEE 4th International Conference «Actual Problems of Unmanned Aerial Vehicles Developments». – Kyiv, 2017. – P. 254 – 259.

*Стаття надійшла до редакції 12.12.2017*