

АЛЬТЕРНАТИВНОЕ АГРЕГИРОВАНИЕ РЕЙТИНГОВЫХ ОЦЕНОК В РАМКАХ QS-ТЕХНОЛОГИИ РАНЖИРОВАНИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

*Институт математики и механики НАН Азербайджана, Баку, Азербайджан

**Институт систем управления НАН Азербайджана, Баку, Азербайджан

Анотація. Пропонується альтернативний підхід до агрегації оцінок ключових показників університетів за версією QS, заснований на застосуванні методу нечіткого логічного висновку. Як оцінювані альтернативи обрані університети світу, що зайняли за версією QS WUR перші десять місць зі списку. За результатами проведених розрахунків отримано інше ранжування топ-університетів, яке дещо відрізняється від версії QS WUR, заснований на зваженій агрегованій оцінці ключових показників.

Ключові слова: ключовий показник ефективності університету, ранжування, нечітка множина, нечітке відношення.

Аннотация. Предлагается альтернативный подход к агрегации оценок ключевых показателей университетов по версии QS, основанный на применении метода нечеткого логического вывода. В качестве оцениваемых альтернатив выбраны университеты мира, занявшие по версии QS WUR первые десять мест из списка. По результатам проведенных расчетов получено иное ранжирование топ-университетов, которое несколько отличается от версии QS WUR, основанной на взвешенной агрегированной оценке ключевых показателей.

Ключевые слова: ключевой показатель эффективности университета, ранжирование, нечёткое множество, нечёткое отношение.

Abstract. It is proposed an alternative approach to the assessments of aggregation of key indicators of universities according to QS-version based on the application of fuzzy inference method. As the valued alternatives there were selected world universities ranked according to QS WUR first ten places on the list. By results of the calculations it is obtained other ranking of top-universities, which is somewhat different from the version of QS WUR based on the weighted aggregate assessment of key performance indicators.

Keywords: key indicator the effectiveness of university, ranging, fuzzy set, fuzzy relation.

1. Введение

Качество образовательных услуг, предоставляемых высшим учебным заведением (вузом) в конкретной стране (регионе), является комплексным показателем, в котором отражено достаточно большое количество параметров, характеризующих степень соответствия образовательных программ, материально-техническое обеспечение учебного процесса, научно-методическую базу, кадровый состав и т.д. Поэтому в ходе построения системы оценки качества вуза на передний план встает задача формирования набора образовательных индикаторов и систем показателей. Это достаточно ёмкая и кропотливая работа, обусловленная сложностью определения критериев качественного образования, так как не существует прямых количественных показателей эффективности или неэффективности процесса обучения.

На протяжении последних десятилетий ранжирование вузов стало ускоренно набирать обороты. На рынке предоставления образовательных услуг наблюдается заметное увеличение объемов предложения, что вынуждает вузы повышать свои уровни и качества конкурентоспособности. Поэтому результаты мировых рейтинговых агентств становятся объектом пристального внимания вузов, которые стремятся позиционировать себя в наивысших рядах рейтинговых списков.

Оказывая весьма чувствительное рыночное влияние, глобальные рейтинги находятся под пристальным вниманием руководства вузов, экспертов и широкой мировой общественности. Наблюдаемые колебания в рейтинговых положениях вузов и применяемые при этом методологии ранжирования постоянно дискутируются в средствах массовой информации, усилиями ученых из разных стран периодически обновляются и изменяются, отвечая современным требованиям к уровню предоставляемых образовательных услуг. В частности, на страницах целого ряда научных интернет-изданий [1–4] представлены последние достижения исследователей в области развития методологии ранжирования вузов, позволяющие в значительной степени повысить степень адекватности рейтинговых оценок.

Несмотря на то, что в настоящее время ранжированием вузов активно занимаются всевозможные печатные и интернет-издания, правительства государств, многочисленные рейтинговые агентства и ученые, в международном образовательном пространстве особым признанием пользуются несколько авторитетных и компетентных рейтинговых технологий. Одну из таких продвинутых технологий применяет британская консалтинговая компания Quacquarelli Symonds (QS), ежегодно проводящая исследование глобальной образовательной среды, сопровождая его рейтинговым списком лучших университетов мирового уровня QS World University Rankings (QS WUR) [5]. QS WUR опирается на базовые оценки активности и качества научно-исследовательской деятельности в университетах, мнений работодателей, карьерного потенциала выпускников, процесса преподавания и интернационализации обучения. Посредством этих показателей оцениваются ключевые стратегические миссии свыше 2,5 тысяч университетов по всему миру, по результатам агрегации которых составляются рейтинги 500 лучших университетов мира. При этом QS пользуется своей методикой оценки, которая учитывает степень важности каждого из составляющих показателей. Собственно, предложение альтернативного способа агрегации числовых значений составных показателей и стало основным предметом данной статьи.

2. Постановка задачи

В [6] представлены консолидированные рейтинги ведущих университетов мира на начало 2015/2016 учебного года, которые получены на основе агрегации следующих значений составных показателей: x_1 – академическая репутация, x_2 – мнения работодателей, x_3 – соотношение студентов и преподавателей, x_4 – число приглашенных иностранных специалистов, x_5 – число обучающихся иностранных студентов, x_6 – цитируемость научно-исследовательских работ. При этом QS WUR предусматривает агрегирование этих оценок достаточно тривиальным образом, а именно по формуле

$$r_j = \sum_{k=1}^6 \frac{w_k \cdot x_{kj}}{w_k}, \quad (1)$$

где r_j – показатель рейтинга j -го университета, n – число факторов воздействия (составных показателей), w_k – вес k -го показателя, x_{kj} – значение k -го показателя j -го университета.

В табл. 1 представлено ранжирование первых 10-ти самых лучших университетов мира по версии QS WUR, в котором отражены оценки этих университетов по каждому из составных показателей. При этом обобщенные оценки получены исходя из конкретно выбранных весов для каждого из показателей, а именно: $w_1=40$, $w_2=10$, $w_3=20$, $w_4=5$,

$w_5=5$, $w_6=20$. Другими словами, расчёт обобщенных оценок по версии QS WUR производился согласно формуле

$$r_j = \frac{1}{100} (40x_1 + 10x_2 + 20x_3 + 5x_4 + 5x_5 + 20x_6), j=\overline{1,10}, \quad (2)$$

Таблица 1. Рейтинги первых 10-ти лучших университетов мира по версии QS

У/о	Университет	Показатели ключевых стратегических миссий						Обобщенная оценка
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
u_1	Массачусетский технологический институт	100,00	100,00	100,00	100,00	95,50	100,00	100,00
u_2	Гарвардский университет	100,00	100,00	98,60	99,90	76,00	100,00	98,70
u_3	Кембриджский университет	100,00	100,00	100,00	96,20	96,60	93,70	98,60
u_4	Стэндфордский университет	100,00	100,00	99,50	97,60	72,80	99,90	98,60
u_5	Калифорнийский технологический университет	99,80	89,60	100,00	90,20	85,20	100,00	97,90
u_6	Оксфордский университет	100,00	100,00	100,00	97,80	96,60	88,90	97,70
u_7	Лондонский университетский колледж	99,90	99,80	98,60	95,50	99,90	88,00	97,20
u_8	Лондонский имперский колледж	99,90	100,00	99,90	100,00	100,00	79,60	96,10
u_9	Швейцарский федеральный технологический институт	99,90	99,00	78,60	100,00	98,00	98,80	95,50
u_{10}	Чикагский университет	99,90	96,30	93,80	73,40	81,60	91,50	94,60

Наша задача – предложить альтернативный способ для агрегации значений x_{kj} , который по своим характеристикам был бы более объективным, чем метод взвешенного суммирования (1), реализуемый по версии QS WUR. Для этого воспользуемся методом многокритериального выбора в нечёткой среде, основанного на механизме нечеткого вывода с последующими точечными оценками нечётких альтернатив.

3. Метод многокритериального выбора в нечеткой среде

Рассмотрим задачу точечной оценки альтернатив в условиях доступной нечёткой информации. Для её компьютерной реализации воспользуемся одним из методов нечёткого вывода, сущность которого состоит в следующем [8].

Пусть U является множеством альтернатив, а A – его нечётким подмножеством, принадлежность к которому элементов из U определяется соответствующими значениями из отрезка $[0, 1]$ функции принадлежности [7]. Предположим, что нечёткие множества A_j описывают возможные значения (термы) лингвистической переменной x . Тогда

множество решений (альтернатив) можно характеризовать совокупностью критериев – значениями лингвистических переменных x_1, x_2, \dots, x_p . Например, в нашем случае значением «ВЫСОКАЯ» лингвистической переменной x_1 = *Академическая репутация* университета. Совокупность лингвистических переменных (критериев), принимающих подобные значения, могут характеризовать представления о достаточности рассматриваемых альтернатив. Тогда, полагая s = *удовлетворительность* также лингвистической переменной, типовое импликативное правило может выглядеть как

«Если x_1 = НИЗКОЕ и x_2 = ХОРОШЕЕ и ... и x_p = ПОДХОДЯЩЕЕ, тогда s = УДОВОЛЕТВОРИТЕЛЬНОЕ».

В общем виде импликативные рассуждения можно представить в виде

$$e_i : \text{«Если } x_1 = A_{1i} \text{ и } x_2 = A_{2i} \text{ и } \dots \text{ и } x_p = A_{pi}, \text{ тогда } S = B_i \text{.} \quad (3)$$

Далее обозначим пересечение $x_1 = A_{1i} \cap x_2 = A_{2i} \cap \dots \cap x_p = A_{pi}$ в виде $x = A_i$. В дискретном случае операция пересечения нечётких множеств определяется нахождением минимума соответствующих значений их функций принадлежности [7], то есть как

$$\mu_{A_i}(v) = \min_{v \in V} (\mu_{A_{1i}}(u_1), \mu_{A_{2i}}(u_2), \dots, \mu_{A_{pi}}(u_p)), \quad (4)$$

где $V = U_1 \times U_2 \times \dots \times U_p$, $v = (u_1, u_2, \dots, u_p)$, $\mu_{A_{ji}}(u_j)$ – степень принадлежности элемента u_j нечёткому множеству A_{ji} . Тогда высказывания (3) можно представить в более компактном виде:

$$e_i : \text{«Если } x = A_i, \text{ тогда } S = B_i \text{.} \quad (5)$$

С целью обобщения обозначенных высказываний обозначим базовые множества U и V в виде множества W . Тогда A_i соответственно будет нечётким подмножеством базового множества W , а B_i – нечётким подмножеством единичного интервала $I = [0; 1]$.

Для реализации правил вида (5) используются различные нечёткие импликации [10]. В частности, в принятых обозначениях воспользуемся следующей импликацией Лукасевича:

$$\mu_H(w, i) = \min_{w \in W} \{1, 1 - \mu_A(w) + \mu_B(i)\}, \quad (6)$$

где H – нечёткое подмножество на $W \times I$, $w \in W$ и $i \in I$.

Аналогичным образом правила (5): e_1, e_2, \dots, e_q , транспонируются в соответствующие нечёткие множества: H_1, H_2, \dots, H_q . При этом, обозначая их произведение как $D = H_1 \cap H_2 \cap \dots \cap H_q$, для каждой пары $(w, i) \in W \times I$ получим

$$\mu_D(w, i) = \min_{w \in W} \{\mu_{H_j}(w, i)\}, \quad j = \overline{1, q}. \quad (7)$$

В этом случае вывод об удовлетворительности альтернативы, описанной нечётким множеством A из W , можно определить через композиционное правило

$$G = A \circ D, \quad (8)$$

где G является нечётким подмножеством единичного интервала I . Тогда в конечном итоге имеем

$$\mu_G(i) = \max_{w \in W} \{ \min \mu_A(w), \mu_D(w, i) \}. \quad (9)$$

Сравнение альтернатив осуществляется на основе их точечных оценок. С этой целью вначале для нечёткого подмножества $C \subset I$ определяются α -уровневые множества ($\alpha \in 0;1$) в виде $C_\alpha = \{i \mid \mu_C(i) \geq \alpha, i \in I\}$. Затем для каждого из них определяются средние значения соответствующих элементов $M(C_\alpha)$. В общем случае для множества, состоящего из n элементов,

$$M(C_\alpha) = \sum_{j=1}^n \frac{i_j}{n}, i \in C_\alpha. \quad (10)$$

В итоге точечную оценку нечёткого множества (альтернативы) C можно получить из равенства

$$F(C) = \frac{1}{\alpha_{\max}} \int_0^{\alpha_{\max}} M(C_\alpha) d\alpha, \quad (11)$$

где α_{\max} – максимальное значение на C_α .

4. Агрегирование ключевых оценок QS WUR методом нечёткого вывода

Для установления обобщенных рейтинговых оценок университетов за основу выберем следующие непротиворечивые и логически обоснованные рассуждения¹:

e_1 : «Если академическая репутация университета высокая и консолидированное мнение работодателей об университете также высокое, тогда университет является подходящим для поступления»;

e_2 : «Если дополнительно к сказанному соотношению числа студентов к числу преподавателей является низким, тогда университет более чем подходящий»;

e_3 : «Если к тому же степень ссылок на научные труды специалистов университета высокая, тогда университет является очень подходящим»;

e_4 : «Если дополнительно ко всем условиям, оговоренным в e_3 , университет привлекает для работы большое число иностранных специалистов и там обучается большое количество иностранных студентов, тогда университет является безупречным»;

e_5 : «Если академическая репутация университета высокая, консолидированное мнение работодателей об университете высокое, соотношение числа студентов к числу преподавателей является низким, но при этом степень ссылок на научные труды специалистов университета невысокая, тогда все равно университет является подходящим»;

e_6 : «Если академическая репутация университета невысокая и консолидированное мнение работодателей об университете также невысокое, тогда университет является неподходящим».

Анализ этих высказываний, как причинно-следственных связей, позволяет выявить шесть входных лингвистических переменных x_1, x_2, \dots, x_6 , характеризующихся показателями ключевых стратегических миссий университета, и одну-выходную лингвистическую переменную y – обобщенную рейтинговую оценку, характеризующуюся пятью терминами: НЕПОДХОДЯЩИЙ, ПОДХОДЯЩИЙ, БОЛЕЕ ЧЕМ ПОДХОДЯЩИЙ, ОЧЕНЬ

¹ Подобный подход применялся авторами в [9], где на основе метода нечёткого логического вывода оцениваются ключевые показатели конкурентоспособности университетов.

подходящий и безупречный. Тогда приведенные рассуждения представим в виде следующих импликативных правил:

e_1 : «Если x_1 =ВЫСОКАЯ и x_2 =ВЫСОКОЕ, то y =ПОДХОДЯЩИЙ»;

e_2 : «Если x_1 =ВЫСОКАЯ и x_2 =ВЫСОКОЕ и x_3 =НИЗКОЕ, то y =БОЛЕЕ ЧЕМ ПОДХОДЯЩИЙ»;

e_3 : «Если x_1 =ВЫСОКАЯ и x_2 =ВЫСОКОЕ и x_3 =НИЗКОЕ и x_6 =ВЫСОКАЯ, то y =ОЧЕНЬ ПОДХОДЯЩИЙ»;

e_4 : «Если x_1 =ВЫСОКАЯ и x_2 =ВЫСОКОЕ и x_3 =НИЗКОЕ и x_4 =БОЛЬШОЕ и x_5 =БОЛЬШОЕ и x_6 =ВЫСОКАЯ, то y =БЕЗУПРЕЧНЫЙ»;

e_5 : «Если x_1 =ВЫСОКАЯ и x_2 =ВЫСОКОЕ и x_3 =НИЗКОЕ и x_6 =НЕВЫСОКАЯ, то y =ПОДХОДЯЩИЙ»;

e_6 : «Если x_1 =НЕВЫСОКАЯ и x_2 =НЕВЫСОКОЕ, то y =НЕПОДХОДЯЩИЙ».

Выходную лингвистическую переменную y зададим на дискретном множестве $J = \{0; 0,1; 0,2; \dots; 1\}$. Тогда для всех $u \in J$ используемые в импликативных правилах её термы опишем нечёткими множествами с соответствующими функциями принадлежности [10]: S =ПОДХОДЯЩИЙ – $\mu_S(u)=u$; MS =БОЛЕЕ ЧЕМ ПОДХОДЯЩИЙ – $\mu_{MS}(u)=\sqrt{u}$; VS =ОЧЕНЬ ПОДХОДЯЩИЙ – $\mu_{VS}(u)=u^2$; P =БЕЗУПРЕЧНЫЙ – $\mu_P(u)=\begin{cases} 1, & u = 1, \\ 0, & u < 1; \end{cases}$ US =НЕПОДХОДЯЩИЙ – $\mu_{US}(u)=1-u$.

Для фаззификации термов из левых частей правил $e_1 \div e_6$ в качестве опорного вектора выберем вектор u_1, u_2, \dots, u_{10} , компоненты которого «олицетворяют» соответствующие университеты из топ-списка (табл. 1). Тогда критерии оценок по ключевым показателям x_i , $i = 1 \div 6$ можно описать с помощью нечётких множеств вида

$$K_i = \frac{\mu_{K_i}(u_1)}{u_1} + \frac{\mu_{K_i}(u_2)}{u_2} + \dots + \frac{\mu_{K_i}(u_{10})}{u_{10}}, \quad (12)$$

где $\mu_{K_i}(u_j)$ – значение функции принадлежности элемента u_j , $j = 1 \div 10$ к нечёткому множеству K_i .

Восстановление упомянутых нечётких множеств осуществим с помощью гауссовской функции принадлежности вида

$$\mu_{K_i}(u_j) = e^{-\frac{(u_j - u_{j_0})^2}{\sigma_i^2}}, \quad (13)$$

где u_{j_0} – середина, а σ_i^2 – плотность (дисперсия) распределения элементов по i -му критерию, которую для рассматриваемого случая можно определить по формуле

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{10} \sum_{k=1}^{10} (u_{ki} - u_{i_0})^2 \quad i = 1 \div 6. \quad (14)$$

Из-за ограниченного набора альтернатив выберем плотность, единую для описания всех критериев, а именно, как $\sigma_i^2 = 400$ $i = 1 \div 6$. В качестве абсциссы вершины гауссовской функции принадлежности (13) для описания всех критериев выберем число

$u_{j_0}=100 \quad j=1 \div 10$. Тогда, исходя из (12)–(14), для каждого терма из левых частей правил $e_1 \div e_6$ имеем:

- A = ВЫСОКАЯ (академическая репутация университета)

$$A = \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \frac{1}{u_4} + \frac{0,99990}{u_5} + \frac{1}{u_6} + \frac{0,99998}{u_7} + \frac{0,99998}{u_8} + \frac{0,99998}{u_9} + \frac{0,99998}{u_{10}};$$

- B = ВЫСОКАЯ (консолидированное мнение работодателей)

$$B = \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \frac{1}{u_4} + \frac{0,76307}{u_5} + \frac{1}{u_6} + \frac{0,99990}{u_7} + \frac{1}{u_8} + \frac{0,99750}{u_9} + \frac{0,96635}{u_{10}};$$

- C = НИЗКОЕ (соотношение числа студентов к числу преподавателей)

$$C = \frac{1}{u_1} + \frac{0,99511}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \frac{0,99938}{u_4} + \frac{1}{u_5} + \frac{1}{u_6} + \frac{0,99511}{u_7} + \frac{0,99998}{u_8} + \frac{0,31826}{u_9} + \frac{0,90837}{u_{10}};$$

- D = БОЛЬШОЕ (число привлеченных иностранных специалистов)

$$D = \frac{1}{u_1} + \frac{0,99998}{u_2} + \frac{0,96454}{u_3} + \frac{0,98570}{u_4} + \frac{0,78655}{u_5} + \frac{0,98797}{u_6} + \frac{0,95064}{u_7} + \frac{1}{u_8} + \frac{1}{u_9} + \frac{0,17052}{u_{10}};$$

- E = БОЛЬШОЕ (число обучающихся иностранных студентов)

$$E = \frac{0,95064}{u_1} + \frac{0,23693}{u_2} + \frac{0,97151}{u_3} + \frac{0,1573}{u_4} + \frac{0,57834}{u_5} + \frac{0,97151}{u_6} + \frac{0,99998}{u_7} + \frac{1}{u_8} + \frac{0,99005}{u_9} + \frac{0,42896}{u_{10}};$$

- F = ВЫСОКАЯ (степень ссылок на научные труды специалистов университета)

$$F = \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{0,90554}{u_3} + \frac{0,99998}{u_4} + \frac{1}{u_5} + \frac{0,73490}{u_6} + \frac{0,69768}{u_7} + \frac{0,35331}{u_8} + \frac{0,99641}{u_9} + \frac{0,83475}{u_{10}}.$$

В принятых обозначениях правила $e_1 \div e_6$ запишем в следующем виде:

e_1 : «Если $x_1 = A$ и $x_2 = B$, то $y = S$ »;

e_2 : «Если $x_1 = A$ и $x_2 = B$ и $x_3 = C$, то $y = MS$ »;

e_3 : «Если $x_1 = A$ и $x_2 = B$ и $x_3 = C$ и $x_6 = F$, то $y = VS$ »;

e_4 : «Если $x_1 = A$ и $x_2 = B$ и $x_3 = C$ и $x_4 = D$ и $x_5 = E$ и $x_6 = F$, то $y = P$ »;

e_5 : «Если $x_1 = A$ и $x_2 = B$ и $x_3 = C$ и $x_6 = \neg F$, то $y = S$ »;

e_6 : «Если $x_1 = \neg A$ и $x_2 = \neg B$, то $y = US$ »;

которые, с учётом (4), будут выглядеть в еще более компактном виде:

e_1 : «Если $x = M_1$, то $y = S$ »; e_2 : «Если $x = M_2$, то $y = MS$ »; e_3 : «Если $x = M_3$, то $y = VS$ »;

e_4 : «Если $x = M_4$, то $y = P$ »; e_5 : «Если $x = M_5$, то $y = S$ »; e_6 : «Если $x = M_6$, то $y = US$ », где

$$M_1 = \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \frac{1}{u_4} + \frac{0,76307}{u_5} + \frac{1}{u_6} + \frac{0,99990}{u_7} + \frac{0,99998}{u_8} + \frac{0,99990}{u_9} + \frac{0,96635}{u_{10}},$$

$$M_2 = \frac{1}{u_1} + \frac{0,99511}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \frac{0,99938}{u_4} + \frac{0,76307}{u_5} + \frac{1}{u_6} + \frac{0,99511}{u_7} + \frac{0,99998}{u_8} + \frac{0,31826}{u_9} + \frac{0,90837}{u_{10}},$$

$$M_3 = \frac{1}{u_1} + \frac{0,99511}{u_2} + \frac{0,90554}{u_3} + \frac{0,99938}{u_4} + \frac{0,76307}{u_5} + \frac{0,7349}{u_6} + \frac{0,69768}{u_7} + \frac{0,35331}{u_8} + \frac{0,31826}{u_9} + \frac{0,83475}{u_{10}},$$

$$M_4 = \frac{0,9506}{u_1} + \frac{0,2369}{u_2} + \frac{0,90554}{u_3} + \frac{0,1573}{u_4} + \frac{0,57834}{u_5} + \frac{0,7349}{u_6} + \frac{0,69768}{u_7} + \frac{0,3533}{u_8} + \frac{0,31826}{u_9} + \frac{0,1705}{u_{10}},$$

$$M_5 = \frac{0}{u_1} + \frac{0}{u_2} + \frac{0,09446}{u_3} + \frac{0,00002}{u_4} + \frac{0}{u_5} + \frac{0,26510}{u_6} + \frac{0,30232}{u_7} + \frac{0,64669}{u_8} + \frac{0,00359}{u_9} + \frac{0,16525}{u_{10}},$$

$$M_6 = \frac{0}{u_1} + \frac{0}{u_2} + \frac{0}{u_3} + \frac{0}{u_4} + \frac{0,00010}{u_5} + \frac{0}{u_6} + \frac{0,00002}{u_7} + \frac{0}{u_8} + \frac{0,00002}{u_9} + \frac{0,00002}{u_{10}}.$$

Для преобразования последних правил воспользуемся импликацией Лукасевича (6), в результате чего для каждой пары $(u, j) \in U \times Y$ на $U \times Y$ получим соответствующие нечёткие отношения в виде следующих матриц:

$$R_1 = \begin{bmatrix} 0,00000 & 0,10000 & 0,20000 & 0,30000 & 0,40000 & 0,50000 & 0,60000 & 0,70000 & 0,80000 & 0,90000 & 1,00000 \\ 0,00000 & 0,10000 & 0,20000 & 0,30000 & 0,40000 & 0,50000 & 0,60000 & 0,70000 & 0,80000 & 0,90000 & 1,00000 \\ 0,00000 & 0,10000 & 0,20000 & 0,30000 & 0,40000 & 0,50000 & 0,60000 & 0,70000 & 0,80000 & 0,90000 & 1,00000 \\ 0,23693 & 0,33693 & 0,43693 & 0,53693 & 0,63693 & 0,73693 & 0,83693 & 0,93693 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 \\ 0,00000 & 0,10000 & 0,20000 & 0,30000 & 0,40000 & 0,50000 & 0,60000 & 0,70000 & 0,80000 & 0,90000 & 1,00000 \\ 0,00010 & 0,10010 & 0,20010 & 0,30010 & 0,40010 & 0,50010 & 0,60010 & 0,70010 & 0,80010 & 0,90010 & 1,00000 \\ 0,00002 & 0,10002 & 0,20002 & 0,30002 & 0,40002 & 0,50002 & 0,60002 & 0,70002 & 0,80002 & 0,90002 & 1,00000 \\ 0,00250 & 0,10250 & 0,20250 & 0,30250 & 0,40250 & 0,50250 & 0,60250 & 0,70250 & 0,80250 & 0,90250 & 1,00000 \\ 0,03365 & 0,13365 & 0,23365 & 0,33365 & 0,43365 & 0,53365 & 0,63365 & 0,73365 & 0,83365 & 0,93365 & 1,00000 \end{bmatrix}$$

$$R_2 = \begin{bmatrix} 0,00000 & 0,31623 & 0,44721 & 0,54772 & 0,63246 & 0,70711 & 0,77460 & 0,83666 & 0,89443 & 0,94868 & 1,00000 \\ 0,00489 & 0,32112 & 0,45210 & 0,55261 & 0,63734 & 0,71199 & 0,77948 & 0,84155 & 0,89932 & 0,95357 & 1,00000 \\ 0,00000 & 0,31623 & 0,44721 & 0,54772 & 0,63246 & 0,70711 & 0,77460 & 0,83666 & 0,89443 & 0,94868 & 1,00000 \\ 0,00062 & 0,31685 & 0,44784 & 0,54835 & 0,63308 & 0,70773 & 0,77522 & 0,83728 & 0,89505 & 0,94931 & 1,00000 \\ 0,23693 & 0,55315 & 0,68414 & 0,78465 & 0,86938 & 0,94403 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 \\ 0,00000 & 0,31623 & 0,44721 & 0,54772 & 0,63246 & 0,70711 & 0,77460 & 0,83666 & 0,89443 & 0,94868 & 1,00000 \\ 0,00489 & 0,32112 & 0,45210 & 0,55261 & 0,63734 & 0,71199 & 0,77948 & 0,84155 & 0,89932 & 0,95357 & 1,00000 \\ 0,00002 & 0,31625 & 0,44724 & 0,54775 & 0,63248 & 0,70713 & 0,77462 & 0,83669 & 0,89445 & 0,94871 & 1,00000 \\ 0,68174 & 0,99797 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 \\ 0,09163 & 0,40785 & 0,53884 & 0,63935 & 0,72408 & 0,79873 & 0,86622 & 0,92829 & 0,98605 & 1,00000 & 1,00000 \end{bmatrix}$$

$$R_3 = \begin{bmatrix} 0,00000 & 0,01000 & 0,04000 & 0,09000 & 0,16000 & 0,25000 & 0,36000 & 0,49000 & 0,64000 & 0,81000 & 1,00000 \\ 0,00489 & 0,01489 & 0,04489 & 0,09489 & 0,16489 & 0,25489 & 0,36489 & 0,49489 & 0,64489 & 0,81489 & 1,00000 \\ 0,09446 & 0,10446 & 0,13446 & 0,18446 & 0,25446 & 0,34446 & 0,45446 & 0,58446 & 0,73446 & 0,90446 & 1,00000 \\ 0,00062 & 0,01062 & 0,04062 & 0,09062 & 0,16062 & 0,25062 & 0,36062 & 0,49062 & 0,64062 & 0,81062 & 1,00000 \\ 0,23693 & 0,24693 & 0,27693 & 0,32693 & 0,39693 & 0,48693 & 0,59693 & 0,72693 & 0,87693 & 1,00000 & 1,00000 \\ 0,26510 & 0,27510 & 0,30510 & 0,35510 & 0,42510 & 0,51510 & 0,62510 & 0,75510 & 0,90510 & 1,00000 & 1,00000 \\ 0,30232 & 0,31232 & 0,34232 & 0,39232 & 0,46232 & 0,55232 & 0,66232 & 0,79232 & 0,94232 & 1,00000 & 1,00000 \\ 0,64669 & 0,65669 & 0,68669 & 0,73669 & 0,80669 & 0,89669 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 \\ 0,68174 & 0,69174 & 0,72174 & 0,77174 & 0,84174 & 0,93174 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 \\ 0,16525 & 0,17525 & 0,20525 & 0,25525 & 0,32525 & 0,41525 & 0,52525 & 0,65525 & 0,80525 & 0,97525 & 1,00000 \end{bmatrix}$$

$$R_4 = \begin{bmatrix} 0,04936 & 0,04936 & 0,04936 & 0,04936 & 0,04936 & 0,04936 & 0,04936 & 0,04936 & 0,04936 & 0,04936 & 1,00000 \\ 0,76307 & 0,76307 & 0,76307 & 0,76307 & 0,76307 & 0,76307 & 0,76307 & 0,76307 & 0,76307 & 0,76307 & 1,00000 \\ 0,09446 & 0,09446 & 0,09446 & 0,09446 & 0,09446 & 0,09446 & 0,09446 & 0,09446 & 0,09446 & 0,09446 & 1,00000 \\ 0,84270 & 0,84270 & 0,84270 & 0,84270 & 0,84270 & 0,84270 & 0,84270 & 0,84270 & 0,84270 & 0,84270 & 1,00000 \\ 0,42166 & 0,42166 & 0,42166 & 0,42166 & 0,42166 & 0,42166 & 0,42166 & 0,42166 & 0,42166 & 0,42166 & 1,00000 \\ 0,26510 & 0,26510 & 0,26510 & 0,26510 & 0,26510 & 0,26510 & 0,26510 & 0,26510 & 0,26510 & 0,26510 & 1,00000 \\ 0,30232 & 0,30232 & 0,30232 & 0,30232 & 0,30232 & 0,30232 & 0,30232 & 0,30232 & 0,30232 & 0,30232 & 1,00000 \\ 0,64669 & 0,64669 & 0,64669 & 0,64669 & 0,64669 & 0,64669 & 0,64669 & 0,64669 & 0,64669 & 0,64669 & 1,00000 \\ 0,68174 & 0,68174 & 0,68174 & 0,68174 & 0,68174 & 0,68174 & 0,68174 & 0,68174 & 0,68174 & 0,68174 & 1,00000 \\ 0,82948 & 0,82948 & 0,82948 & 0,82948 & 0,82948 & 0,82948 & 0,82948 & 0,82948 & 0,82948 & 0,82948 & 1,00000 \end{bmatrix}$$

$$R_5 = \begin{bmatrix} 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 \\ 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 \\ 0,90554 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 \\ 0,99998 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 \\ 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 \\ 0,73490 & 0,83490 & 0,93490 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 \\ 0,69768 & 0,79768 & 0,89768 & 0,99768 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 \\ 0,35331 & 0,45331 & 0,55331 & 0,65331 & 0,75331 & 0,85331 & 0,95331 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 \\ 0,99641 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 \\ 0,83475 & 0,93475 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 \end{bmatrix}$$

$$R_6 = \begin{bmatrix} 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 \\ 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 \\ 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 \\ 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 \\ 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 0,99990 \\ 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 \\ 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 0,99998 \\ 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 \\ 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 0,99998 \\ 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 & 0,99998 \end{bmatrix}$$

Пересечение этих отношений, $R = R_1 \cap R_2 \cap \dots \cap R_6$, определяет общее функциональное решение, которое и будет отражать причинно-следственную связь между ключевыми показателями университета, с одной стороны, и его обобщенной рейтинговой оценкой, с другой:

$$R = \begin{bmatrix} 0,00000 & 0,01000 & 0,04000 & 0,04936 & 0,04936 & 0,04936 & 0,04936 & 0,04936 & 0,04936 & 0,04936 & 1,00000 \\ 0,00000 & 0,01489 & 0,04489 & 0,09489 & 0,16489 & 0,25489 & 0,36489 & 0,49489 & 0,64489 & 0,76307 & 1,00000 \\ 0,00000 & 0,09446 & 0,09446 & 0,09446 & 0,09446 & 0,09446 & 0,09446 & 0,09446 & 0,09446 & 0,09446 & 1,00000 \\ 0,00000 & 0,01062 & 0,04062 & 0,09062 & 0,16062 & 0,25062 & 0,36062 & 0,49062 & 0,64062 & 0,81062 & 1,00000 \\ 0,23693 & 0,24693 & 0,27693 & 0,32693 & 0,39693 & 0,42166 & 0,42166 & 0,42166 & 0,42166 & 0,42166 & 1,00000 \\ 0,00000 & 0,10000 & 0,20000 & 0,26510 & 0,26510 & 0,26510 & 0,26510 & 0,26510 & 0,26510 & 0,26510 & 1,00000 \\ 0,00010 & 0,10010 & 0,20010 & 0,30010 & 0,30232 & 0,30232 & 0,30232 & 0,30232 & 0,30232 & 0,30232 & 0,99990 \\ 0,00002 & 0,10002 & 0,20002 & 0,30002 & 0,40002 & 0,50002 & 0,60002 & 0,64669 & 0,64669 & 0,64669 & 1,00000 \\ 0,00250 & 0,10250 & 0,20250 & 0,30250 & 0,40250 & 0,50250 & 0,60250 & 0,68174 & 0,68174 & 0,68174 & 0,99998 \\ 0,03365 & 0,13365 & 0,20525 & 0,25525 & 0,32525 & 0,41525 & 0,52525 & 0,65525 & 0,80525 & 0,82948 & 0,99998 \end{bmatrix}$$

Теперь, применяя правило композиционного вывода в нечёткой среде (8), на основании (7) и (9) можно интерпретировать обобщенную рейтинговую оценку k -го университета нечётким множеством по опорному вектору $(0; 0,1; 0,2, \dots, 1)$ со значениями функций принадлежности из k -ой строки матрицы R . В частности, обобщенной рейтинговой оценкой (или, в терминах нечёткой логики, нечетким выводом) Чикагского университета будет нечёткое множество:

$$E_{10} = \frac{0,03365}{0} + \frac{0,13365}{0,1} + \frac{0,20525}{0,2} + \frac{0,25525}{0,3} + \frac{0,32525}{0,4} + \frac{0,41525}{0,5} + \frac{0,52525}{0,6} + \frac{0,65525}{0,7} + \frac{0,80525}{0,8} + \frac{0,82948}{0,9} + \frac{0,99998}{1}.$$

Для точечной оценки этого множества установим его уровневые множества $E_{1\alpha}$ и вычислим соответствующие им мощности $M(E_{1\alpha})$ по формуле (10). Тогда имеем:

- для $0 < \alpha < 0,03365$: $\Delta\alpha = 0,03365$, $E_{10,\alpha} = \{0; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1\}$, $M(E_{10,\alpha}) = 0,50$;
- для $0,03365 < \alpha < 0,13365$: $\Delta\alpha = 0,1$, $E_{10,\alpha} = \{0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1\}$, $M(E_{10,\alpha}) = 0,55$;
- для $0,13365 < \alpha < 0,20525$: $\Delta\alpha = 0,07161$, $E_{10,\alpha} = \{0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1\}$, $M(E_{10,\alpha}) = 0,60$;
- для $0,20525 < \alpha < 0,25525$: $\Delta\alpha = 0,05$, $E_{10,\alpha} = \{0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1\}$, $M(E_{10,\alpha}) = 0,65$;

- для $0,25525 < \alpha < 0,32525$: $\Delta\alpha=0,07$, $E_{10,\alpha}=\{0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1\}$, $M(E_{10,\alpha})=0,70$;
- для $0,32525 < \alpha < 0,41525$: $\Delta\alpha=0,09$, $E_{10,\alpha}=\{0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1\}$, $M(E_{10,\alpha})=0,75$;
- для $0,41525 < \alpha < 0,52525$: $\Delta\alpha=0,11$, $E_{10,\alpha}=\{0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1\}$, $M(E_{10,\alpha})=0,80$;
- для $0,52525 < \alpha < 0,65525$: $\Delta\alpha=0,13$, $E_{10,\alpha}=\{0,7; 0,8; 0,9; 1\}$, $M(E_{10,\alpha})=0,85$;
- для $0,65525 < \alpha < 0,80525$: $\Delta\alpha=0,15$, $E_{10,\alpha}=\{0,8; 0,9; 1\}$, $M(E_{10,\alpha})=0,90$;
- для $0,80525 < \alpha < 0,82948$: $\Delta\alpha=0,02423$, $E_{10,\alpha}=\{0,9; 1\}$, $M(E_{10,\alpha})=0,95$;
- для $0,82948 < \alpha < 0,99998$: $\Delta\alpha=0,1705$, $E_{10,\alpha}=\{1\}$, $M(E_{10,\alpha})=1,00$.

Применяя равенство (11), в итоге получим искомую обобщенную оценку для Чикагского университета E_{10} :

$$F(E_{10}) = \frac{1}{0,99998} \int_0^{0,99998} M(E_{10}) d\alpha = (0,50 \cdot 0,03365 + 0,55 \cdot 0,01 + 0,60 \cdot 0,07161 + 0,65 \cdot 0,05 + 0,70 \cdot 0,07 + 0,75 \cdot 0,09 + 0,80 \cdot 0,11 + 0,85 \cdot 0,05 + 0,90 \cdot 0,15 + 0,95 \cdot 0,02423 + 1 \cdot 0,1705) = 0,79082.$$

Для Массачусетского технологического института, соответственно, имеем:

$$E_1 = \frac{0}{0} + \frac{0,01}{0,1} + \frac{0,04}{0,2} + \frac{0,04936}{0,3} + \frac{0,04936}{0,4} + \frac{0,04936}{0,5} + \frac{0,04936}{0,6} + \frac{0,04936}{0,7} + \frac{0,04936}{0,8} + \frac{0,04936}{0,9} + \frac{1}{1};$$

- для $0 < \alpha < 0,01$: $\Delta\alpha=0,01$, $E_{1\alpha}=\{0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1\}$, $M(E_{1\alpha})=0,55$;
- для $0,01 < \alpha < 0,04$: $\Delta\alpha=0,03$, $E_{1\alpha}=\{0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1\}$, $M(E_{1\alpha})=0,60$;
- для $0,04 < \alpha < 0,04936$: $\Delta\alpha=0,00936$, $E_{1\alpha}=\{0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1\}$, $M(E_{1\alpha})=0,65$;
- для $0,04936 < \alpha < 1$: $\Delta\alpha=0,95064$, $E_{1\alpha}=\{1\}$, $M(E_{1\alpha})=1$;

$$F(E_1) = \frac{1}{1} \int_0^1 M(E_{1\alpha}) d\alpha = (0,55 \cdot 0,01 + 0,60 \cdot 0,03 + 0,65 \cdot 0,00936 + 1 \cdot 0,95064) = 0,98022.$$

Аналогичными действиями устанавливаем обобщенные рейтинговые оценки и для остальных университетов. В табл. 2 эти оценки упорядочены по убыванию, где, согласно предлагаемому методу, обладатель наивысшей точечной оценки имеет самую высокую обобщенную рейтинговую оценку.

Таблица 2. Ранжирование университетов мира из первой десятки с применением метода нечёткого вывода

№ №	Университет	Обобщенная оценка
u_1	Массачусетский технологический институт	0,98022
u_2	Кембриджский университет	0,95749
u_3	Оксфордский университет	0,89221
u_4	Лондонский университетский колледж	0,87928
u_5	Гарвардский университет	0,85789
u_6	Стэндфордский университет	0,85722
u_7	Калифорнийский технологический университет	0,82033
u_8	Лондонский имперский колледж	0,79799
u_9	Швейцарский федеральный технологический институт	0,79186
u_{10}	Чикагский университет	0,79082

5. Выводы

Предложенное в статье агрегирование оценок ключевых показателей по версии SQ методом нечёткого логического вывода охватывает только первую десятку университетов

из списка QS WUR, что, в свою очередь, обусловило применение опорного вектора из 10-ти компонент $(u_1, u_2, \dots, u_{10})$ для нечёткого описания критериев оценки. Очевидно, что в случае охвата большого количества учебных заведений, например, как в случае QS WUR, 500-та университетов, качество описания критериев оценки показателей $x_k (k=1 \div 6)$ посредством нечётких множеств заметно улучшится, что неминуемо положительно скажется на адекватности последующего ранжирования.

Полученный в статье список ранжирования первых десяти университетов мира (табл. 3) несколько отличается от списка по версии QS WUR (табл. 1), где в качестве агрегирования применяется взвешенное суммирование значений ключевых показателей $x_k (k=1 \div 6)$ по формуле (1). Причем по версии QS WUR веса этих показателей выбираются заранее с учетом степеней их важности, то есть так, как это показано в (2). Тем не менее, считается, что предлагаемый нами набор нечётких имплицативных правил $e_1 \div e_6$ гораздо более «чувствителен» в оценивании соседствующих университетов, отличающихся незначительными значениями своих ключевых показателей, чем строгая по своей форме формула (1), которая эффективно отражает разницу между заметно удаленными по значениям ключевых показателей университетами мира.

Таблица 3. Сравнение результатов ранжирования университетов по версии QS WUR и с применением метода нечёткого вывода

Университет	Ранжирование по версии QS WUR		Ранжирование на основе нечёткого анализа ключевых показателей	
	Обобщенная оценка	Порядковое место	Обобщенная оценка	Порядковое место
Массачусетский технологический институт	100,00	1	0,98022	1
Гарвардский университет	98,70	2	0,85789	5
Кембриджский университет	98,60	3	0,95749	2
Стэндфордский университет	98,60	4	0,85722	6
Калифорнийский технологический университет	97,90	5	0,82033	7
Оксфордский университет	97,70	6	0,89221	3
Лондонский университетский колледж	97,20	7	0,87928	4
Лондонский имперский колледж	96,10	8	0,79799	8
Швейцарский федеральный технологический институт	95,50	9	0,79186	9
Чикагский университет	94,60	10	0,79082	10

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Заварыкина Л.В. Отношение, потребности и ожидания потребителей модельной методологии многомерного ранжирования российских вузов [Электронный ресурс] / Заварыкина Л.В., Лазутина И.В., Перфильева О.В. – Режим доступа: <http://ecsocman.hse.ru/hsedata/2013/04/10/1297549599/4.pdf>.
2. Шереги Ф.Э. Измерение рейтингов университетов: международный и российский опыт [Электронный ресурс] / Ф.Э. Шереги, А.Л. Арефьева. – Режим доступа: http://www.socioprognoz.ru/files/File/2014/Reytingy_001_504_ispr.pdf.
3. Ван Вухт Ф. Международный опыт ранжирования в высшем образовании. Многомерное ранжирование: новый инструмент прозрачности в области высшего образования [Электронный

- ресурс] / Ф. Ван Вухт, Д.Ф. Вестерхайден. – Режим доступа: <http://www.hse.ru/data/2012/05/21/1253886197/Многомерное%20ранжирование.pdf>.
4. Балацкий Е.В. Международные рейтинги университетов: практика составления и использования [Электронный ресурс] / Е.В. Балацкий, Н.А. Екимова // Новая экономическая ассоциация. – Режим доступа: <http://www.econorus.org/sub.phtml?id=210>.
5. Рейтинг лучших университетов мира по версии Quacquarelli Symonds [Электронный ресурс] // Центр Гуманитарных технологий. – Режим доступа: <http://gtmarket.ru/ratings/qs-world-university-rankings/info>.
6. QS World University Rankings 2015/16 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.topuniversities.com/university-rankings/world-university-rankings/2015#sorting=rank+region=+country=+faculty=+stars=false+search>.
7. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. Математика. Новое в зарубежной науке / Заде Л.; пер. с англ.; под ред. Н.Н. Моисеева и С.А. Орловского. – М.: Мир, 1976. –166 с.
8. Андрейченков А.В. Анализ, синтез, планирование решений в экономике / А.В. Андрейченков, О.Н. Андрейченкова. – М.: Финансы и статистика, 2000. – 368 с.
9. Подход к оценке конкурентоспособности высших учебных заведений / М.Дж. Марданов, Р.Р. Рзаев, З.Р. Джамалов [и др.] // Проблемы управления. – 2015. – № 6. – С. 23 – 34.
10. Рзаев Р.Р. Интеллектуальный анализ данных в системах поддержки принятия решений / Рзаев Р.Р. – М.: Verlag: LAP Lambert Academic Publishing GmbH & Co. KG, 2013. – 130 с.

Стаття надійшла до редакції 24.05.2016