

АЛГОРИТМ ПОБУДОВИ ОПТИМАЛЬНИХ ЧАСТОТНО-ЧАСОВИХ СИГНАЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ

Анотація. У роботі на основі теорії чисел описаний алгоритм побудови багатопозиційних багаточастотних сигналів (ББЧС) виду оптимальних ортогональних частотно-часових послідовностей (ЧЧП). Отримано аналітичний вираз, що дозволяє представити в часі оптимальні частотно-часові послідовності.

Ключові слова: технологія CDMA-FHSS, багатопозиційні багаточастотні сигнали.

Аннотация. В работе на основе теории чисел описан алгоритм построения многопозиционных многочастотных сигналов (ММЧС) вида оптимальных ортогональных частотно-временных последовательностей (ЧВП). Получено аналитическое выражение, позволяющее представить во времени оптимальные частотно-временные последовательности.

Ключевые слова: технология CDMA-FHSS, многопозиционные многочастотные сигналы.

Abstract. On the basis of numbers theory an algorithm for multi-positions and multi-frequency signals designing (MPMFSD) of the optimal orthogonal frequency-time sequences (FTS) form was described. An analytical expression that allows providing an optimal frequency-time sequence in time was received.

Keywords: CDMA-FHSS technology, multi-position multi-frequency signals.

1. Вступ

На сучасному етапі розвитку мобільних систем зв'язку широкого поширення здобули методи передавання, що базуються на технології CDMA-FHSS, при використанні широкосмугових сигналів зі швидкими стрибками частоти [1]. Тому спробуємо більш детально розглянути структуру таких сигналів.

Закон формування ЧЧП, що визначає послідовність слідування несучих частот, повинен бути псевдовипадковим, про що було зазначено вище. Однак алгоритм формування цих багатопозиційних послідовностей має бути досить простим для того, щоб забезпечити нормальне функціонування цифрових формувачів ББЧС довільної кодової структури. При цьому, виходячи з потреб захисту інформації, необхідно забезпечити можливість досить швидкої зміни номера цієї псевдовипадкової послідовності і в процесі передавання інформації.

2. Постановка задачі

З [2, 3] відомо, що якщо узяти $N = M + 1$ – просте число, то можна побудувати $N - 1$ оптимальних ЧЧП. При цьому під оптимальними розуміємо ортогональні ЧЧП, у яких при довільних часових зсувах співпадає не більше одного частотно-часового елемента.

Таким чином, виникає завдання розробки алгоритму побудови оптимальних частотно-часових сигнальних конструкцій на основі теорії чисел.

Метою роботи є розробка алгоритму побудови оптимальних частотно-часових сигнальних конструкцій.

3. Виклад основного матеріалу

Широкосмуговий сигнал зі швидкою стрибкоподібною зміною частоти часто називають багатопозиційним багаточастотним сигналом (ББЧС) [4, 5]. Принцип передавання повідомлень з застосуванням ББЧС полягає в тому, що за час T декілька n – інформаційних біт

передаються послідовністю радіоімпульсів на різних неповторних несучих частотах $f_1, f_2, f_3, \dots, f_M$, де $M = T / \tau_0$ – кількість частот в БЧС, τ_0 і T – тривалість одного елемента і всього БЧС (рис. 1). У найпростішому випадку тривалість біта ($\tau = T / M$) може дорівнювати тривалості БЧС ($\tau = T$), тоді $n = 1$. Ширина спектра такого сигналу залежить від величини частотного розносу Δf_p між його найближчими значеннями несучих частот і від кількості частот M . Вона дорівнює

$$\Delta f_c = M \cdot \Delta f_p. \quad (1)$$

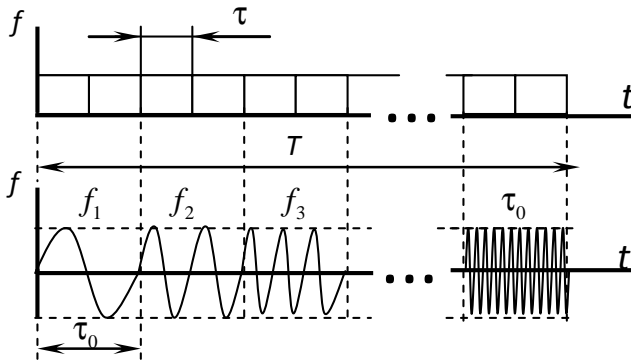


Рис. 1. Принцип передавання повідомлень з застосуванням БЧС

Зазвичай, величину частотного розносу обирають із умови $\Delta f_p \geq \Delta f_{кор}$, де $\Delta f_{кор}$ – радіус або інтервал частотної кореляції радіолінії, який, наприклад, для типових трас сантиметрового діапазону лежить у межах 1,5...3 МГц. Для систем наземного рухомого радіозв'язку цей інтервал лежить у межах 0,1...10 МГц. Отже, для реальних систем радіозв'язку ширина спектра БЧС приймає значення від одиниць до десятків МГц [4]. Такі широкосмугові сигнали забезпечують більш високу завадозахищеність у порівнянні із

радіосистемами, що використовують вузькосмугові сигнали. Оскільки рівень спектральної щільності потужності цих сигналів виявляється значно нижчим рівня шуму, то досить важко виявити роботу таких систем і тим більше виміряти параметри сигналу для постановки прицільних завад [4].

Закон зміни частот БЧС може бути довільним. При цьому закон слідування частот (вид частотно-часової послідовності або частотно-часовий код) визначає адресу CDMA – фізичного каналу, що виділений для абонента. Якщо на основі однієї частотно-часової структури з застосуванням інших методів багатостанційного доступу (наприклад, TDMA) утвориться декілька фізичних каналів, то таку сукупність каналів (PUL каналів) називають інформаційним стволом [4]. Таким чином, структура частотно-часового коду є ознакою, що відрізняє в системі CDMA один інформаційний ствол (канал) від інших. Інформаційними параметрами у таких сигнально-кодових конструкціях можуть бути амплітуда і початкова фаза радіоімпульсів або частотно-часових елементів частотно-часової послідовності [5]. Тобто в процесі модуляції здійснюється маніпуляція радіоімпульсу ЧЧП, при цьому можуть застосовуватися різні методи багатопозиційного кодування фази (*BPSK*, *QPSK*, *8-PSK*) або фази і амплітуди (*16-QAM*, *32-QAM*, *64-QAM*). Виходячи із цього, БЧС з багатопозиційним кодуванням по фазі або по фазі і амплітуді називаються фазо-частотно-часовими послідовностями [4, 5].

Довільна i -я реалізація БЧС, яка є несучим сигнальним базисом для i -го інформаційного ствола CDMA системи. У загальному виді може бути представлена функцією часу у вигляді

$$A_i(t) = \sum_{k=1}^M a(i, k) \cdot \sin[2\pi f(i, k)t + \varphi(i, k)], \quad (2)$$

де $(k-1)\tau_0 \leq t \leq k\tau_0$; $i \in 1, M$; $a(i, k), \varphi(i, k)$ – значення інформаційних параметрів відповідно амплітуди і початкової фази несучого колювання, яке передається в i -й реалізації k -го елемента БЧС; $f(i, k)$ – значення несучої частоти i -ої реалізації k -го елемента БЧС.

Із рис. 2 видно, що ширина спектра ББЧС залежить від M і Δf_p – розносу між найближчими значеннями несучих частот і визначається: $\Delta f_c = M \cdot \Delta f_p$.

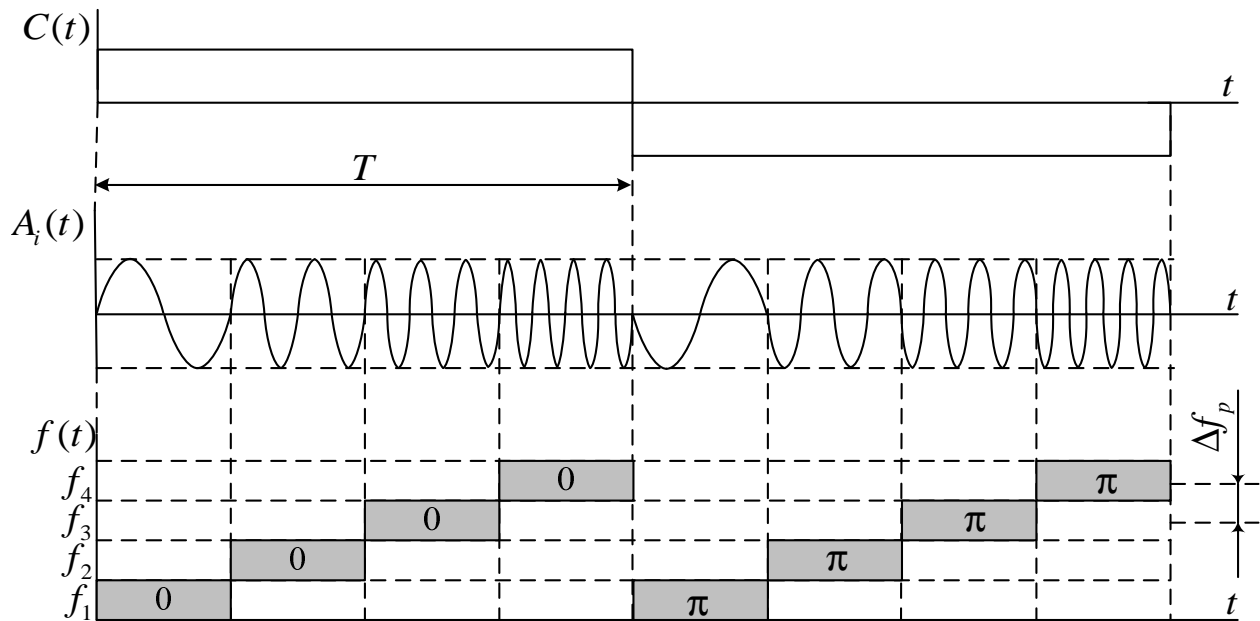


Рис. 2. Принцип застосування ББЧС з BPSK, $M = 4$, $\varphi = 0, \pi$ та з використанням лінійного закону слідування частот

Для забезпечення вимоги ортогональності сигналів в ансамблі (2) закон слідування частот $f(i, k)$ в ЧЧП необхідно вибирати певним чином. Відомо [4, 5], що два радіоімпульси тривалістю τ_0 є ортогональними, якщо їх несучі частоти відрізняються на величину, кратну $1/\tau_0$. Тому в подальшому будуть досліджуватися сигнальні конструкції, у яких мінімальний зсув між сусідніми частотами дорівнює $\Delta f_p = 1/\tau_0$. Звідки ширина спектра

$$\Delta f_c = M / \tau_0, \quad (3)$$

а база такого сигналу дорівнює $W = M \cdot T / \tau_0 = M^2$. Для забезпечення процесу передавання повідомлень кожна пара приймач і передавач повинна використовувати однакові закони зміни частот. Застосування законів зміни частоти за псевдовипадковим законом значно ускладнює визначення цього закону, до того ж підвищується розвідзахищеність і ускладнюється можливість перехоплення інформації [2, 3]. Це є наслідком того, що для здійснення відновлення переданого повідомлення на фізичному рівні необхідно виконати демодуляцію перехопленого радіосигналу. А це досить складна задача, якщо псевдовипадкові частотно-часові коди невідомі.

Приведемо обґрунтування структури оптимального ансамблю сигналів. Нехай дано N різних елементів для організації ансамблю. Тоді максимальна кількість послідовностей, які можуть бути утворені з N елементів, дорівнює кількості перестановок із N по N [2]: $P_N^N = N!$. Кількість послідовностей, які не являються результатом циклічних перестановок, у N разів менша загального числа перестановок [2]: $P_N^N = (N-1)!$. Якщо ж ввести обмеження на дані послідовності по кількості взаємних спільностей, а саме при можливій не більше як одній збіжності, кількість таких послідовностей не може бути більша за кількість сполучень із $N-1$ по одному: $M_1 \leq C_{N-1}^1 = N-1$.

За аналогією, якщо допустити не більше двох спільностей, інші елементи можна розмістити не більше як C_{N-2}^1 способами, які водночас забезпечують відсутність потрібних спільностей: ${}_N M_1 \leq (N-1)(N-2)$. Продовжуючи цю думку і узагальнюючи отримані результати, можна стверджувати, що об'єм алфавіту послідовностей із N елементів, які забезпечують не більше, ніж Λ спільностей, не може бути більшим за

$${}_N M_\Lambda \leq \prod_{i=1}^{\Lambda} C_{N-i}^1 = \prod_{i=1}^{\Lambda} (N-i). \quad (4)$$

Якщо ж $\Lambda = i-1$, то отримаємо

$${}_N M_{N-1} \leq \prod_{i=1}^{N-1} (N-i) = (N-1)!. \quad (5)$$

Отже, із (5) видно, що в алфавіті ${}_N M_\Lambda$ (4) відсутні послідовності, які є результатом циклічних перестановок інших послідовностей.

Відмітимо, що при прямуванні кількості елементів до нескінченності за (4) можна визначити граничні значення алфавіту оптимальних послідовностей при $\Lambda \leq 1$ [2]:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} {}_N M_1 = \lim_{N \rightarrow \infty} (N-1) = N = \sqrt{W}. \quad (6)$$

Отже, як видно із (6), об'єм алфавіту сумарний з коренем квадратним із бази сигналу W .

При N простому числі можна побудувати $(N-1) = M$ послідовностей, які мають при будь-яких взаємних зсувах не більше однієї збіжності елементів, але при умові, що кодові відстані між елементами однієї послідовності постійні ($d_j = \text{const}$, $j \in 1, M$), а сукупність кодових відстаней складає повну систему кодових відстаней по модулю N [2]:

$$N_{i+1}^{(j)} \equiv (N_L^{(j)} + i \cdot d_j) \pmod{N}, \quad (7)$$

де $i \in 1, M$, а $d_j = j \cdot \text{mod}(N)$. Задамось довільним елементом послідовності, за яким, відповідно до формули (7), відтворимо усі інші. Для прикладу візьмемо $N = 3$, $\Lambda \leq 1$, $L = 1$ і припустимо, що $N_1^{(1)} = N_1^{(2)} = N_1^{(3)} = 1$ при $d_j = j$. Тоді отримуємо:

$$\text{для } j = 1 \quad N_2^{(1)} \equiv (N_1^{(1)} + 1 \cdot d_1) \pmod{N} \equiv (1+1) \pmod{3} \equiv 2;$$

$$N_3^{(1)} \equiv (N_1^{(1)} + 2 \cdot d_1) \pmod{N} \equiv (1+2) \pmod{3} \equiv 0;$$

$$\text{для } j = 2 \quad N_2^{(2)} \equiv (N_1^{(2)} + 1 \cdot d_2) \pmod{N} \equiv (1+2) \pmod{3} \equiv 0;$$

$$N_3^{(2)} \equiv (N_1^{(2)} + 2 \cdot d_2) \pmod{N} \equiv (1+2 \cdot 2) \pmod{5} \equiv 2.$$

Таким чином, послідовність ансамблю сигналів при $k \in 1, N$ буде мати вигляд

$$\{N_k\}^{(1)} \equiv 1 \ 2 \ 0; \quad \{N_k\}^{(2)} \equiv 1 \ 0 \ 2. \quad (8)$$

Видно, що послідовності (8) можливо представити у вигляді матриці $N(i, k)$, у якій i – номер рядка, а k – номер стовпця. Отже,

$$N(i, k) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}. \quad (9)$$

Аналогічним чином, використовуючи (7), побудуємо оптимальний ансамбль для $N = 7$ ($i \in 1, 6$ $k = \overline{1, 7}$) та подамо результат у вигляді матриці

$$N(i, k) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 3 & 5 & 7 & 2 & 4 & 6 \\ 1 & 4 & 7 & 3 & 6 & 2 & 5 \\ 1 & 5 & 2 & 6 & 3 & 7 & 4 \\ 1 & 6 & 4 & 2 & 7 & 5 & 3 \\ 1 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

З (10) видно, що $N(1,1) = N(2,1) = N(3,1) = N(4,1) = N(5,1) = N(6,1) = 1$, тобто цей ансамбль не є ортогональним. Аналогічна картина спостерігається і при виборі іншого довільного простого числа N . Отже, якщо визначати структуру послідовностей ансамблів сигналів відповідно (7), то один їх елемент обов'язково буде співпадати. І це призведе до наявності взаємних впливів між каналами (у каналів, які почнуть одночасно роботу, перші частоти будуть однаковими). Як видно із (10), для усунення цього недоліку достатньо відкинути перший стовпчик з однаковими значеннями та провести заміну інших елементів алфавіту на значення, менші на одиницю. Зробивши це, отримуємо матрицю вигляду

$$K(i, k) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 6 & 1 & 3 & 5 \\ 3 & 6 & 2 & 5 & 1 & 4 \\ 4 & 1 & 5 & 2 & 6 & 3 \\ 5 & 3 & 1 & 6 & 4 & 2 \\ 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

де $i \in 1, M$, $k = \overline{1, M}$. Частотно-часові структури (матриці) оптимального ортогонального ансамблю ББЧС, що побудовані у відповідності з матрицею оптимального алфавіту (11), зображено на рис. 3. При цьому номер кожної послідовності дорівнює номеру рядка i , а номер частоти

$$K(i, k) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 2 & 4 & 6 & 8 & 10 & 12 & 1 & 3 & 5 & 7 & 9 & 11 \\ 3 & 6 & 9 & 12 & 2 & 5 & 8 & 11 & 1 & 4 & 7 & 10 \\ 4 & 4 & 12 & 3 & 7 & 11 & 2 & 6 & 10 & 1 & 5 & 9 \\ 5 & 10 & 2 & 7 & 12 & 4 & 9 & 1 & 6 & 11 & 3 & 8 \\ 6 & 12 & 5 & 11 & 4 & 10 & 3 & 9 & 2 & 8 & 1 & 7 \\ 7 & 1 & 8 & 2 & 9 & 3 & 10 & 4 & 11 & 5 & 12 & 6 \\ 8 & 3 & 11 & 6 & 1 & 9 & 4 & 12 & 7 & 2 & 10 & 5 \\ 9 & 5 & 1 & 10 & 6 & 2 & 11 & 7 & 3 & 12 & 8 & 4 \\ 10 & 7 & 4 & 1 & 11 & 8 & 5 & 2 & 12 & 9 & 6 & 3 \\ 11 & 9 & 7 & 5 & 3 & 1 & 12 & 10 & 8 & 6 & 4 & 2 \\ 12 & 11 & 10 & 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad M = 12. \quad (12)$$

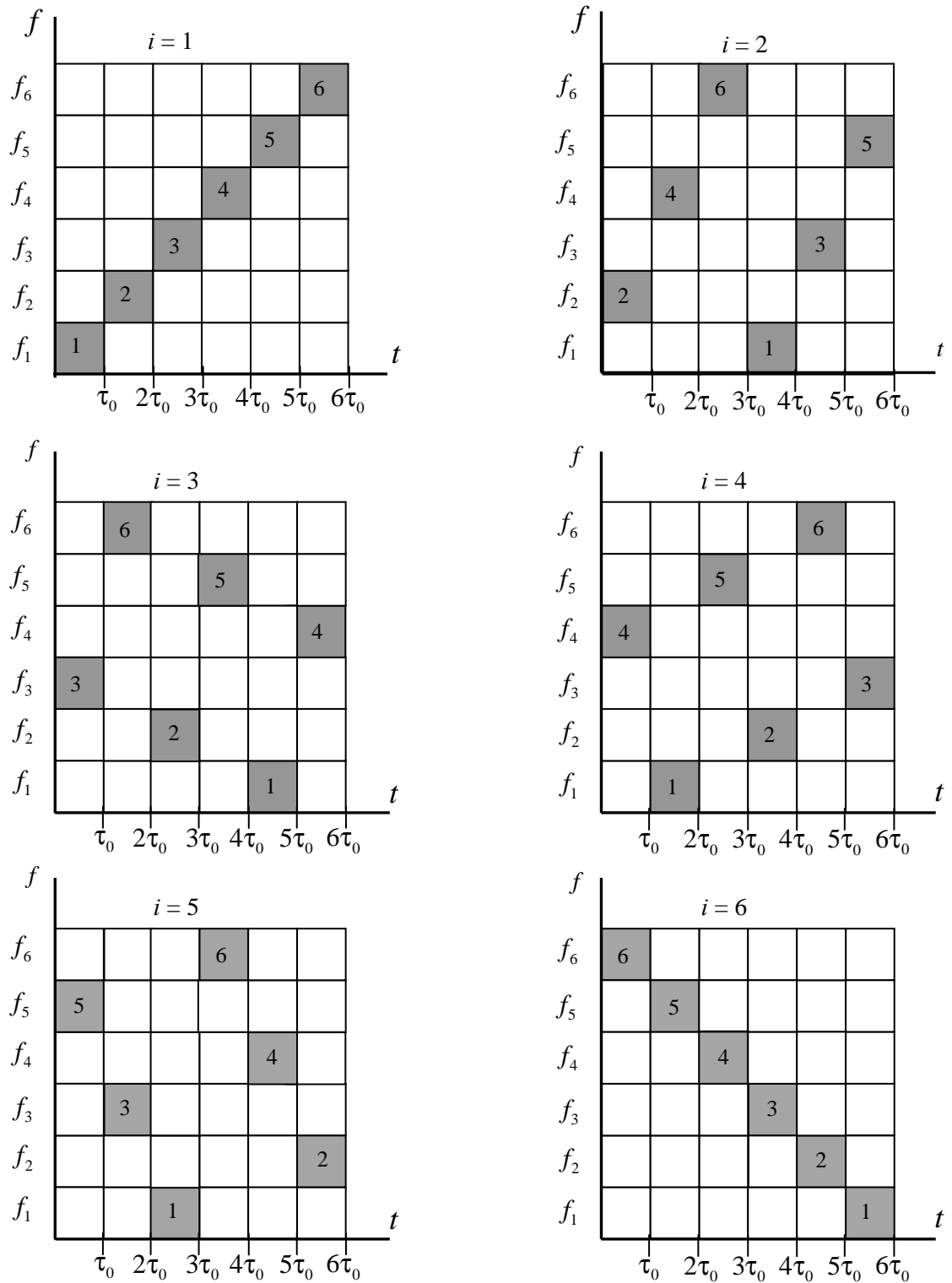


Рис. 3. Частотно-часове подання послідовностей оптимального ансамблю ББЧС при $M = 6$

$$K(i, k) = \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 \\ 2 & 4 & 6 & 8 & 10 & 12 & 14 & 16 & 1 & 3 & 5 & 7 & 9 & 11 & 13 & 15 \\ 3 & 6 & 9 & 12 & 15 & 1 & 4 & 7 & 10 & 13 & 16 & 2 & 5 & 8 & 11 & 14 \\ 4 & 8 & 12 & 16 & 3 & 7 & 11 & 15 & 2 & 6 & 10 & 14 & 1 & 4 & 9 & 13 \\ 5 & 10 & 15 & 3 & 8 & 13 & 1 & 6 & 11 & 16 & 4 & 9 & 14 & 2 & 7 & 12 \\ 6 & 12 & 1 & 7 & 13 & 2 & 8 & 14 & 3 & 9 & 15 & 4 & 10 & 16 & 5 & 11 \\ 7 & 14 & 4 & 11 & 1 & 8 & 15 & 5 & 12 & 2 & 9 & 16 & 6 & 13 & 3 & 10 \\ 8 & 16 & 7 & 15 & 6 & 14 & 5 & 13 & 4 & 12 & 3 & 11 & 2 & 10 & 1 & 9 \\ 9 & 1 & 10 & 2 & 11 & 3 & 12 & 4 & 13 & 5 & 14 & 6 & 15 & 7 & 16 & 8 \\ 10 & 3 & 13 & 6 & 16 & 9 & 2 & 12 & 5 & 15 & 8 & 1 & 11 & 4 & 14 & 7 \\ 11 & 5 & 16 & 10 & 4 & 15 & 9 & 3 & 14 & 8 & 2 & 13 & 7 & 1 & 12 & 6 \\ 12 & 7 & 2 & 14 & 9 & 14 & 16 & 11 & 6 & 1 & 13 & 8 & 3 & 15 & 10 & 5 \\ 13 & 9 & 5 & 1 & 14 & 10 & 6 & 2 & 15 & 11 & 17 & 3 & 16 & 12 & 8 & 4 \\ 14 & 11 & 8 & 5 & 2 & 16 & 13 & 10 & 7 & 4 & 1 & 15 & 12 & 9 & 6 & 3 \\ 15 & 13 & 11 & 9 & 7 & 5 & 3 & 1 & 16 & 14 & 12 & 10 & 8 & 6 & 4 & 2 \\ 16 & 15 & 14 & 13 & 12 & 11 & 10 & 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{matrix}, M=16. \quad (13)$$

Вищерозглянуті правила побудови оптимальних ББЧС досить складні і потребують витрати значного апаратного ресурсу у пристроях цифрової обробки. Тому, проаналізувавши (10)–(13), отримаємо новий алгоритм знаходження елементів матриць номерів частот:

$$K(i, k) = (i \times k) \bmod (M + 1), \quad (14)$$

де $i \in 1, M$, $k = \overline{1, M}$. При визначенні (14) було враховано, що $A \cdot \bmod(B) = A - (A \div B) \cdot B$, де „ \div ” – операція ділення без залишку. Не важко переконатися, що, завдяки формулі (14), значно спрощується знаходження оптимальних алфавітів для формування ББЧС, $K(i, k)$. У відповідності зі значеннями номерів частот оптимального ансамблю ББЧС несучі частоти елементів оптимальних ББЧС визначаються такою формулою:

$$f(i, k) = f_1 + [K(i, k) - 1] \Delta f_p, \quad (15)$$

де f_1 – найменше значення несучої частоти ББЧС.

Тоді часове представлення оптимальних ЧЧП у відповідності з (2) матиме такий вигляд:

$$A_i(t) = \sum_{k=1}^M a(i, k) \cdot \sin[2\pi(f_1 + (K(i, k) - 1)\Delta f_p)t + \varphi(i, k)], \quad (16)$$

де $i \in 1, M$.

Із формули (16) видно, що амплітуда та початкова фаза ЧЧП у процесі модуляції можуть змінюватися довільним чином. Завдяки цьому розглянуті шумоподібні сигнали мають значні інформаційні можливості [4], що робить їх перспективними для використання в системах мобільного зв'язку.

5. Висновки

Використовуючи отримані аналітичні залежності, у статті розроблений алгоритм побудови оптимальних частотно-часових сигнальних конструкцій.

Результати зазначених досліджень дозволяють вирішити задачу раціонального вибору сигнального базису для побудови фізичного рівня телекомунікаційних радіосистем з необхідними властивостями.

Отримані результати можна використовувати при проектуванні та розробці сучасних систем радіозв'язку.

Напрямок подальших досліджень вважається розробка сигнально-кодкових конструкцій з використанням запропонованих сигналів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Яриловець А.В. Аналіз стану та перспективи розвитку телекомунікаційних мереж / А.В. Яриловець, В.Д. Назарук, С.В. Зайцев // Вісник Черніг. держ. технол. ун-ту. – 2012. – Вип. 2. – С. 60 – 70.
2. Тузов Г.И. Статистическая теория приёма сложных сигналов / Тузов Г.И. – М.: Советское радио, 1977. – 400 с.
3. Варакин Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами / Варакин Л.Е. – М.: Радио и связь, 1985. – 384 с.
4. Бабіч В.Д. Граничні інформаційні можливості багатопозиційних багаточастотних сигналів з фазовою та амплітудно-фазовою маніпуляцією / В.Д. Бабіч, С.Г. Пасічник, А.В. Яриловець // Зв'язок. – 2006. – Вип. 5. – С. 55 – 58.
5. Пат. 17330 Україна, МПК НО4Н 1/100. Спосіб передавання багатопозиційних багаточастотних сигналів / В.Д. Бабіч, А.В. Яриловець, С.Г. Пасічник. – № у 2006 03799; заявл. 06.04.06; опубл. 15.09.06, Бюл. № 9. – 4 с.

Стаття надійшла до редакції 10.08.2012