

## КОМПЬЮТЕРНАЯ СИСТЕМА ВЕРОЯТНОСТНО-АЛГЕБРАИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ СО МНОГИМИ СОСТОЯНИЯМИ

---

**Анотація.** Наводиться опис комп'ютерної системи PALS, що реалізує метод імовірнісно-алгебраїчного моделювання складних систем і дозволяє оцінити в динаміці ймовірнісні характеристики досліджуваної властивості складних систем з багатьма станами. На прикладах демонструється оцінка ймовірнісних властивостей структурно-простих і структурно-складних систем.

**Ключові слова:** ймовірнісно-алгебраїчне моделювання, надійність складної системи, структурно-проста система, структурно-складна система.

**Аннотация.** Приводится описание компьютерной системы PALS, реализующей метод вероятностно-алгебраического моделирования сложных систем и позволяющей оценить в динамике вероятностные характеристики исследуемого свойства сложных систем со многими состояниями. На примерах демонстрируется оценка вероятностных свойств структурно-простых и структурно-сложных систем.

**Ключевые слова:** вероятностно-алгебраическое моделирование, надёжность сложной системы, структурно-простая система, структурно-сложная система.

**Abstract.** The description of the computer system PALS performing the method of the probability-algebraic simulation of difficult systems is presented. It allows estimating in dynamics the probability characteristics of the investigated property of difficult systems with many conditions. The assessment of probability properties of structurally-simple and structurally-difficult systems is shown in examples.

**Keywords:** probability-algebraic simulation, reliability of difficult system, structurally-simple system, structurally-difficult system.

### 1. Введение

В настоящее время, в связи с расширением круга задач вероятностного анализа, всё более востребованными становятся методы и программные средства моделирования сложных систем различного назначения. Методы, как правило, ориентированы на определённый класс систем и имеют свои ограничения. Для определения вероятностных характеристик надёжности структурно-сложных систем (ССС), которые описываются сценариями сетевого типа с циклами и неустранимой повторностью аргументов при их формализации, разработаны логико-вероятностные методы (ЛВМ) [1, 2], основанные на идее построения функций работоспособности систем с использованием законов логики и оценки их вероятности с использованием теории вероятностей. Все результаты, полученные для СССР, являются пригодными и для систем с простой структурой, которые при математическом описании сводятся к последовательным, параллельным или древовидным структурам.

В поддержку этих методов реализован ряд программных средств, направленных на исследование надёжности сложных систем: “АРБИТР” (ПК АСМ СЗМА) [3] – программный комплекс автоматизированного структурно-логического моделирования и расчета надёжности и безопасности систем; Relex Reliability Studio [4] – программная среда, включающая различные методы анализа надёжности и реализующая разнообразные формы задания моделей (графы, деревья отказов, событий, блок-схемы надёжности); Risk Spectrum – программное обеспечение вероятностного анализа безопасности объектов атомной энергетики [5]. Существенным ограничением использования указанных программных продуктов является размерность системы, которая определяется числом составляющих её компонентов. Увеличение числа компонентов или числа их состояний приводит к экспоненци-

альной сложности задачи и делает невозможным проведение расчётов не только при исследовании ССС, но и при расчёте характеристик структурно-простых систем.

В статье приводится описание компьютерной системы PALS (Probability-Algebraic Simulation), реализующей метод вероятностно-алгебраического моделирования (ВАЛМ) сложных систем [6]. Система PALS автоматизирует основные этапы ВАЛМ и позволяет оценить в динамике вероятностные характеристики исследуемого свойства (надёжность, производительность и др.) как структурно-простых систем, так и ССС. При этом для структурно-простых систем сняты ограничения на число компонентов, составляющих систему, и число их возможных состояний. Для ССС, в рамках вероятностно-алгебраического подхода, реализована методика расчёта надёжности многокомпонентных ССС со многими состояниями, основанная на сведении моделей с произвольным числом состояний к расчётным бинарным моделям [7].

## 2. Идея метода вероятностно-алгебраического моделирования

Объектом исследования является сложная система, включающая множество компонентов  $\{K_i\}, i = \overline{1, m}$ , каждый из которых характеризуется множеством несовместных состояний  $\{S_j\}, j = \overline{1, n}$ . Состояния соответствуют промежуточным уровням исследуемого свойства компонентов, которые характеризуются некоторым физическим параметром (совокупностью параметров). Вероятности состояний известны и задаются векторами:

$$P^i = (p_1^i, p_2^i, \dots, p_n^i), \sum_{j=1}^n p_j^i = 1, i = \overline{1, m}.$$

Ставится задача определения вектора вероятностей состояний исследуемой системы

$$P^s = (p_0^s, p_1^s, \dots, p_n^s), \sum_{j=0}^n p_j^s = 1$$

по вероятностным значениям исследуемого свойства её компонентов.

Вероятностно-алгебраический подход к определению вероятностных характеристик исследуемого свойства сложной системы предполагает её формализацию с использованием алгебраических структур [8], которые описывают вероятностный характер отношений между компонентами и позволяют однозначно определить вероятностные характеристики системы по вероятностным характеристикам составляющих их компонентов.

Идея метода заключается в следующем. Если компонент  $K_3$  представляет собой результат взаимодействия компонентов  $K_1$  и  $K_2$ , характеристики исследуемого свойства которых описываются соответственно векторами вероятностей  $P^1$  и  $P^2$ , то значения элементов вектора вероятностей  $P^3$  определяются по формуле

$$p_k^s = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n a_{ij}^k p_i^1 p_j^2,$$

где  $i, j, k = \overline{1, n}$ .

При этом  $a_{ij}^k$  называются коэффициентами вероятностно-алгебраического моделирования. В случае, когда удастся установить аналитический вид функции взаимодействия компонентов  $K_1$  и  $K_2$ , значения коэффициентов  $a_{ij}^k$  определяются следующим образом:

$$\begin{cases} a_{ij}^k = 1, & \text{если } k = F(i, j) \\ a_{ij}^k = 0, & \text{если } k \neq F(i, j) \end{cases}$$

В общем случае коэффициенты  $a_{ij}^k$  представляют собой некоторый вектор вероятностей, описывающий характер взаимодействия компонентов, при котором  $i$ -му состоянию компонента  $K_1$  и  $j$ -му состоянию компонента  $K_2$  ставится в соответствие вектор возможных состояний результирующего компонента  $K_3$ . При этом  $a_{ij}^k$  удовлетворяют следующим условиям:

$$\forall i, j, k \quad a_{ij}^k \geq 0 \quad \text{и} \quad \sum_{k=1}^n a_{ij}^k = 1.$$

### 3. Структурные составляющие системы вероятностно-алгебраического моделирования

Структурно компьютерная система вероятностно-алгебраического моделирования PALS, реализующая автоматическое построение моделей и расчёты вероятностных показателей исследуемого свойства сложных систем, включает подсистему формирования графа модели (PS.GRAF\_D); библиотеку функций, определяющих отношения между компонентами (LIB.FUNC); подсистему статического моделирования (PS.STAT); подсистему динамического моделирования (PS.DINAM); библиотеку типовых вероятностно-алгебраических моделей (LIB.PALS); подсистему визуализации результатов моделирования (PS.VIZ); справочную систему (PS.SPRAV); базу данных моделирования (BD.PALS).

Подсистема формирования графа PS.GRAF\_D модели обеспечивает визуальное средство описания объекта исследования и реализует операции, связанные с формированием структуры исследуемой модели в виде дерева. Она включает процедуры построения в диалоговом режиме графа модели путём использования стандартных элементов: устройств, соответствующих выделенным компонентам исследуемой системы, и функциональных узлов, определяющих отношения между компонентами. Подсистема PS.GRAF\_D обеспечивает наглядное представление компонентов, связей между ними и уровней вложенности функций, описывающих эти связи, что позволяет в диалоговом режиме определить исходные параметры компонентов, установить уровни иерархии функциональных связей и в дальнейшем, используя эффективные алгоритмы обхода узлов при машинной реализации метода, обеспечить замещение функциональных связей между компонентами системы вероятностными вычислениями с использованием коэффициентов вероятностно-алгебраического моделирования.

Сервисные функции, реализованные в составе PS.GRAF\_D, обеспечивают копирование, редактирование, удаление компонентов и промежуточных узлов схемы. Кроме этого, реализована возможность настройки параметров расчета (задания значений по умолчанию). Работа подсистемы и её взаимодействие с базой данных моделирования обеспечивает снижение объемов вводимой пользователем информации.

Библиотека функций LIB.FUNC включает параметризованные заготовки типовых детерминированных и вероятностных функций, позволяющих описывать отношения между компонентами исследуемой системы. Примерами детерминированных функций  $F(i, j)$ , позволяющих определить состояние системы по состояниям и составляющих её компонентам в составе библиотеки, являются следующие:  $F_1(i, j) = \max(i, j)$ ;  $F_2(i, j) = \min(i, j)$ ;  $F_3(i, j) = \min(i + j - 1, n)$ ;  $F_4(i, j) = |i - j|$ . Возможно пополнение состава библиотеки функций за счёт расширения областей применения метода, усложнения отношений между компо-

нентами и перехода от бинарных к  $n$ -арным операциям, описывающим взаимосвязи между множеством компонентов.

Подсистема статического моделирования PS.STAT включает процедуры формирования алгебраической модели системы в символьном виде и её автоматического преобразования в вероятностную форму, позволяющую реализовать одномоментное ВАЛМ на очередной итерации многошагового процесса моделирования системы. Алгебраическая модель формируется с учётом заданной структуры сети. При рассмотрении простых графовых систем статическое моделирование реализуется с использованием алгоритма «свёртки» векторов вероятностей компонентов с учётом введённых операций (PR.PALS). Рассмотрение систем, включающих зависимые компоненты, реализуется процедурой «свёртки» векторов компонентов с учётом значений корреляционных матриц в качестве коэффициентов вероятностно-алгебраического моделирования.

В случае рассмотрения структурно-сложной системы со многими состояниями реализуется переход к исследованию множества систем той же структуры, но с двумя обобщёнными состояниями. В этом случае для проведения исследования вероятностных характеристик бинарных систем используются известные алгоритмы логико-вероятностного моделирования (PR.LOGIC) [1]. По результатам моделирования формируются результирующие векторы вероятностей системы со многими состояниями.

Таким образом, подсистема статического моделирования на основании вероятностной информации о состояниях исследуемого свойства компонентов автоматически формирует результирующие векторы всех промежуточных узлов графа и всей системы в целом.

Подсистема динамического моделирования PS.DINAM структурно включает блок реализации первичного моделирования с использованием параметрических функций (LIB.PARAM); блок реализации первичного моделирования с использованием аппарата цепей Маркова (LIB.PERV); блок управляющих правил (LIB.UPR\_PR).

Блок реализации первичного моделирования с использованием параметрических функций (LIB.PARAM) реализует алгоритмы вероятностного изменения исследуемого свойства отдельными компонентами с использованием различных параметрических функций, параметрами которых является время, указанные состояния компонентов и системы в целом.

В случаях, когда не удаётся найти аналитический вид зависимости, описывающей вероятностное изменение исследуемого свойства системы, выбирается одна из форм марковских моделей, отражающая особенности стохастического процесса изменения состояний компонентов и позволяющая перейти к рассмотрению изменения исследуемого свойства систем на достаточно малом шаге моделирования (LIB.PERV). С целью реализации разнообразных функций организации первичного моделирования с использованием аппарата цепей Маркова используется следующий набор процедур: процедуры классификации компонентов системы по выбранным признакам (PR.GROUP); процедуры подбора параметров марковских моделей (PR.PODB); процедуры реализации первичного моделирования с использованием выделенных форм моделей (PR.MARK); процедуры перехода к рассмотрению непрерывного процесса изменения исследуемого свойства компонентов (PR.MARK\_N).

В простейшем случае результатом динамического моделирования на выбранном временном интервале является вектор вероятностей состояний системы, зависящий от вероятностных изменений состояний компонентов и взаимного влияния вероятностных характеристик компонентов в процессе функционирования системы.

При использовании алгоритма динамического моделирования с управлением результатом будет последовательность вариантов структурной организации системы, полученных с учётом динамических изменений компонентов системы и их взаимного влияния, и вектора вероятностей, соответствующих каждому варианту. Получение такой последова-

тельности вариантов структурной организации исследуемых систем является важным при обосновании решений, корректирующих процесс выполнения системой заданной функции путём согласованной работы её компонентов.

Блок управляющих правил (LIB.UPR\_PR) содержит представленные в формализованном виде правила, состав которых может быть обновлён с учетом особенностей исследуемой проблемной области.

Библиотека типовых вероятностно-алгебраических моделей LIB.PALS включает параметризованные варианты моделей сложных систем из различных предметных областей, которые могут быть использованы как «заготовки» при моделировании исследуемого свойства графовых систем и требуют лишь задания исходной информации о параметрах компонентов и структуре исследуемой системы.

Подсистема визуализации PS.VIZ одновременно с процессом моделирования отображает полученные результаты. Генератор отчетов, формирующий протокол работы системы в электронном виде, автоматически отображает временные диаграммы и графики изменения исследуемого свойства как отдельных компонентов, так и всей системы. По окончании расчёта вероятностных характеристик исследуемого свойства графовой системы с использованием подсистемы PS.VIZ интенсивности изменения состояний (отказов) системы и ее компонентов отображаются в виде гистограммы, высота прямоугольников которой пропорциональна значению рассчитанных интенсивностей, а цвет показывает уровень исследуемого свойства (надежности) компонента относительно заданного значения.

Справочная подсистема PS.SPRAV ориентирована на инженеров-проектировщиков, не имеющих специальных знаний в области моделирования вероятностных свойств системы. В ней содержится вся необходимая информация о работе системы PALS с описанием всех окон интерфейса пользователя и его действий, а также даётся описание типовых вероятностно-алгебраических моделей, составляющих библиотеку LIB.PALS.

База данных BD.PALS осуществляет взаимодействие структурных подсистем программной системы вероятностно-алгебраического моделирования PALS. Она реализована универсальными программными средствами. В ней хранятся, обновляются и накапливаются данные моделирования по каждому компоненту и всей системе в целом.

Программная система PALS реализована в интегрированной среде Borland Delphi 10 Lite v 3.0 разработки Windows-приложений. Она позволяет проводить расчеты графовой схемы, содержащей неограниченное число уровней вложенности компонентов путём статического – для текущего момента времени, и динамического моделирования, отображающего вероятностные изменения сложной системы во времени.

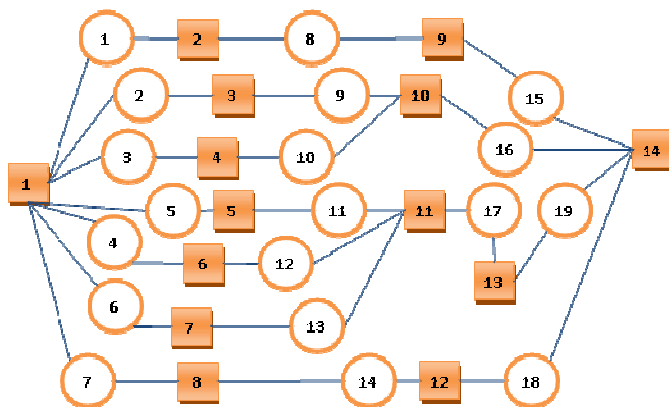


Рис. 1. Граф многокомпонентной структурно-простой системы

#### 4. Пример определения динамических вероятностных характеристик многокомпонентной структурно-простой системы

Для демонстрации работы системы PALS рассмотрим сложную систему, структура которой представлена на рис. 1.

Предполагается, что система включает компоненты

$K = \{K_i\}, i = \overline{1, 19}$ , которые описываются однотипным образом и характеризуются множеством состояний:  $S = \{S_j\}, j = \overline{1, 5}$ , соответствующих оп-

ределённому уровню некоторого случайным образом изменяющегося свойства. Начальные значения вероятностей состояний компонентов задаются векторами

$$P^{i0} = (p_1^{i0}, p_2^{i0}, \dots, p_5^{i0}), \sum_{j=1}^5 p_j^{i0} = 1, i = \overline{1, 19},$$

которые изменяются во времени.

Вероятностное изменение состояний компонентов исследуемой структуры (рис. 1) описывается марковскими моделями (рис. 2) с дискретными состояниями и дискретным временем, переходные матрицы которых  $PK_i, [5 \times 5], i = 1, 19$  для всех компонентов различны.

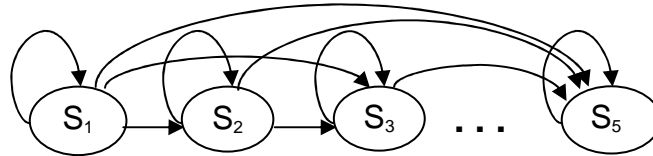


Рис. 2. Граф марковской модели, описывающий вероятностное поведение компонентов

В результате первичного моделирования были сформированы значения векторов вероятностей, характеризующие изменение состояний компонентов на заданном промежутке времени:

$$P^{it} = (p_1^{it}, p_2^{it}, \dots, p_5^{it}), \sum_{j=1}^5 p_j^{it} = 1, i = \overline{1, 19}, t = \overline{1, 100}.$$

Они являлись исходными данными для вероятностно-алгебраического моделирования исследуемой системы. В расчётных вероятностных моделях использовались функция  $F_1(i, j) = \min(i + j - 1, n)$  для параллельно расположенных компонентов и функция  $F_2(i, j) = \max(i, j)$  для последовательно расположенных, что объясняется их естественной интерпретацией при оценке свойства пропускной способности потоковых систем различного назначения.

На рис. 3а представлена динамика состояний системы. На рис. 3б показан процесс изменения состояний системы. Полученные данные свидетельствуют о постепенном вероятностном уменьшении со временем состояний  $S_2$  и  $S_3$  и возрастании вероятности состояний  $S_4$  при практически неизменных состояниях  $S_1$  и  $S_5$ . Если интерпретировать результаты моделирования для свойства пропускной способности исследуемой системы, то можно заключить, что пропускная способность системы со временем уменьшается, о чём свидетельствует возрастание доли состояния  $S_4$ , характеризующего уровень минимальной пропускной способности в общем распределении вероятностей состояний системы.

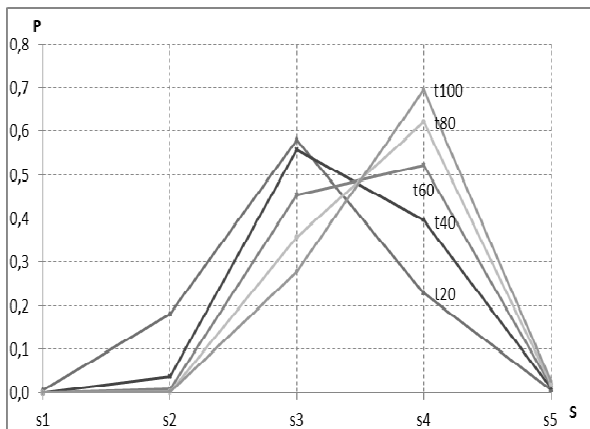


Рис. 3а. Динамика вероятностных состояний системы

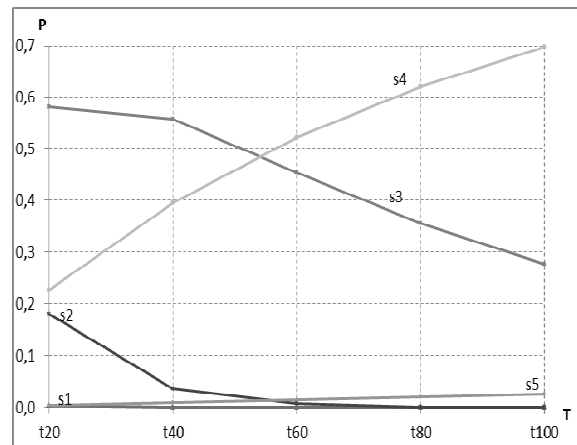


Рис. 3б. Изменение состояний системы во времени

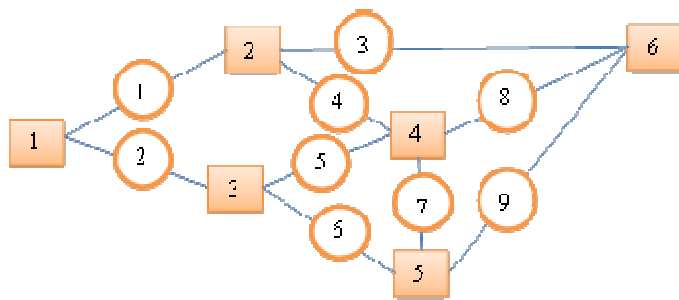


Рис. 4. Граф структурно-сложной системы

## 5. Пример определения вероятностных характеристик надёжности структурно-сложной системы со многими состояниями

Рассмотрим структурно-сложную систему, схема которой представлена графом (рис. 4), включающим шесть вершин ( $\{N_m\}, m = \overline{1,6}$ , входной узел – 1, целевой узел – 6 и девять ребер ( $\{K_i\}, i = \overline{1,9}$ ).

Будем полагать, что компоненты системы могут находиться в одном из пяти несовместных состояний  $S = \{S_j\}, j = \overline{1,5}$ , характеризующих степень надёжности их функционирования. Вероятности нахождения компонентов в одном из возможных состояний задаются вектором  $P^i = (p_1^i, p_2^i, \dots, p_5^i), \sum_{j=1}^5 p_j^i = 1, i = \overline{1,9}$ . С использованием программной системы автоматизации вероятностно-алгебраического моделирования PALS были получены результирующие векторы вероятностей, характеризующие надёжность функционирования исследуемой системы  $P^s = (p_1^s, p_2^s, \dots, p_5^s), \sum_{j=1}^5 p_j^s = 1, i = \overline{1,9}$ . Значения исходных векторов вероятностей компонентов и результаты расчётов вектора вероятностей системы представлены в табл. 1.

Таблица 1. Значения векторов вероятностей, характеризующих состояния надёжности функционирования компонентов структурно-сложной системы и системы в целом

| Компонент системы | Состояние |        |        |        |        |
|-------------------|-----------|--------|--------|--------|--------|
|                   | $S_1$     | $S_2$  | $S_3$  | $S_4$  | $S_5$  |
| $K_1$             | 0,6527    | 0,1113 | 0,1024 | 0,1010 | 0,0326 |
| $K_2$             | 0,6313    | 0,1127 | 0,1077 | 0,1022 | 0,0461 |
| $K_3$             | 0,6217    | 0,1095 | 0,1030 | 0,1075 | 0,0583 |
| $K_4$             | 0,6422    | 0,1084 | 0,1123 | 0,0996 | 0,0375 |
| $K_5$             | 0,6200    | 0,1036 | 0,1037 | 0,0999 | 0,0728 |
| $K_6$             | 0,6319    | 0,1013 | 0,1024 | 0,1011 | 0,0633 |
| $K_7$             | 0,6414    | 0,1107 | 0,1002 | 0,0985 | 0,0492 |
| $K_8$             | 0,6413    | 0,1120 | 0,1154 | 0,1014 | 0,0299 |
| $K_9$             | 0,6411    | 0,1174 | 0,1124 | 0,1106 | 0,0185 |
| Система           | 0,7460    | 0,1357 | 0,0819 | 0,0331 | 0,0033 |

Следует отметить, что методика расчёта CCC с использованием системы PALS значительно сокращает экспоненциально возрастающую сложность расчётов надёжности системы в результате сведения модели CCC со многими состояниями к совокупности бинарных моделей. Для оценки надёжности CCC в случае полного перебора требуется рассмотрение  $n^m$  вариантов, где  $n$  – число состояний,  $m$  – число компонентов системы. Методика позволяет анализировать результаты моделей CCC, требующих оценки всего  $2^m$  вариантов полного перебора. Кроме этого, оценка надёжности выделенного класса систем с использованием одного из ЛВМ на очередных итерациях расчёта бинарных моделей значительно

упрощает получение точного решения и в целом сокращает сложность расчётов ССС со многими состояниями. В силу нового подхода к оценке надёжности ССС значительно расширяется класс систем, для которых могут быть произведены расчёты.

## 5. Заключение

Компьютерная система вероятностно-алгебраического моделирования PALS обеспечивает комплексный подход к решению задачи расчёта статических и динамических вероятностных характеристик сложных систем, который обеспечивается автоматизацией основных этапов метода ВАЛМ [6]: подготовки исходных данных, первичного моделирования вероятностного изменения компонентов, формирования алгебраической модели исследуемой системы, построения расчётной вероятностной формы модели, динамического управления параметрами на очередной итерации моделирования, графического отображения результатов и их статистической обработки.

Реализованные методы расчёта в составе системы PALS взаимосвязаны и корректно дополняют друг друга, обеспечивая эффективное решение важных практических задач, например:

- моделирования и расчёта вероятностных характеристик надёжности, пропускной способности, эффективности, стоимости, износа систем после вероятностного изменения вероятностных состояний их компонентов;
- выявления причин, которые могли привести к изменению текущего состояния системы (например, аварии, снижению эффективности и др.);
- выработки, обоснования и оптимизации различных проектных, эксплуатационных и управленческих решений.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рябинин И.А. Надёжность и безопасность структурно-сложных систем / Рябинин И.А. – СПб.: Изд-во Санкт-Петербургского университета, 2007. – 276 с.
2. Можаяев А.С. Теоретические основы общего логико-вероятностного метода автоматизированного моделирования систем / А.С. Можаяев, В.Н. Громов. – СПб.: Изд-во ВИТУ, 2000. – 145 с.
3. Нозик А.А. Программный комплекс "АРБИТР" для моделирования, расчета надежности и безопасности систем / А.А. Нозик, А.С. Можаяев // Монтаж и наладка средств автоматизации и связи: Информац. сб. – 2007. – № 2. – С. 32 – 40.
4. Викторова В.С. Relex-программа анализа надёжности, безопасности, рисков / В.С. Викторова [и др.] // Надёжность. – 2003. – № 4 (7). – С. 42 – 64.
5. RISK Spectrum PSA Professional 1.20/Theory Manual. RELCON AB. – 1998. – 57 p.
6. Сукач Е.И. Метод исследования функционально-сложных систем с использованием вероятностно-алгебраического моделирования / Е.И. Сукач // Математичні машини і системи. – 2010. – № 3. – С. 120 – 130.
7. Сукач Е.И. Методика вероятностно-алгебраического моделирования структурно-сложных систем / Е.И. Сукач // Пятая научн.-практ. конф. "Математическое и имитационное моделирование систем. МОДС'2010", (Киев, 21–25 июня 2010 г.). – Киев, 2010. – С. 151 – 153.
8. Сукач Е.И. Моделирование вероятностных характеристик сложных систем с использованием стохастических алгебр / Е.И. Сукач, Д.В. Ратобыльская, В.Н. Кулага // V Междунар. конференция-форум «Информационные системы и технологии». Академия управления при Президенте Республики Беларусь, (Минск, 16–17 ноября 2009 г.). – Минск, 2009. – Ч. 1. – С. 178 – 181.

*Стаття надійшла до редакції 21.04.2011*