



УДК 621.3.019:658.562

П.В. СТРЕЛЬНИКОВ

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ ИЗДЕЛИЙ В УСЛОВИЯХ МАЛОГО ЧИСЛА ОТКАЗОВ

***Анотація.** Представлено результати аналізу існуючих методів і методик експериментальної оцінки показників надійності. Розглядаються методики оцінки показників надійності в умовах малої статистики відмов на основі використання двопараметричних імовірнісно-фізичних моделей надійності (дифузійних розподілів).*

***Ключові слова:** надійність, відмова, експериментальна оцінка показників надійності, статистика відмов.*

***Аннотация.** Представлены результаты анализа существующих методов и методик экспериментальной оценки показателей надежности. Рассматриваются методики оценки показателей надежности в условиях малой статистики отказов на основе использования двухпараметрических вероятностно-физических моделей надежности (диффузионных распределений).*

***Ключевые слова:** надежность, отказ, экспериментальная оценка показателей надежности, статистика отказов.*

***Abstract.** The results of the analysis of existing methods and techniques of experimental reliability evaluation are presented. Methodologies for the assessment of reliability in low failure statistics based on the use of two-parameter probabilistic-physical models of reliability (diffusion distributions) are considered.*

***Key words:** reliability, failure, experimental evaluation of reliability, failure statistics.*

1. Введение

Анализ существующих методов и методик экспериментальной оценки показателей надежности показал, что при определительных испытаниях с целью оценки средних показателей надежности использование рекомендуемых (Вейбулла, логарифмически нормальное, гамма-распределение и др.) двухпараметрических функций распределения при использовании только статистической информации приводит к достаточно сложным вычислениям двух параметров функций распределения и показателей надежности (точечных оценок и доверительных границ). При этом объем испытаний для требуемых значений доверительной вероятности и относительной ошибки остается достаточно большим, т.е. требует весьма больших затрат на проведение таких испытаний [1].

2. Оценивание показателей надежности изделий в условиях малого числа отказов

В настоящее время достаточно разработан математический аппарат для исследования надежности (элементов, систем) на основе использования двухпараметрических вероятностно-физических моделей надежности (диффузионных распределений) на всех этапах проектирования, производства и эксплуатации. Установлено, что все многообразные законы распределения наработки до отказа, имеющие существенно отличающиеся формы распределения (коэффициенты вариации распределений отказов могут принимать значения от 0,2 до 1,5), лучше, чем другие двухпараметрические функции (Вейбулла, логарифмически нормальное, гамма-распределение и др.), описываются именно двухпараметрическими диффузионными распределениями [1]. В настоящей работе рассматриваются методики

оценивания показателей надежности на основе использования диффузионного немонотонного распределения (DN -распределения).

Использование двухпараметрических вероятностно-физических моделей отказов позволяет, определив априори параметр формы диффузионных распределений, преобразовать двухпараметрическую функцию распределения в однопараметрическую функцию,

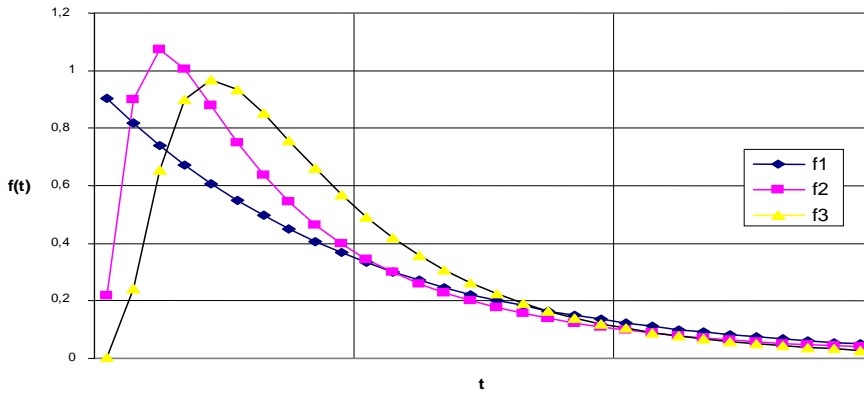


Рис. 1. Графики плотностей распределения наработки до отказа (f_1 – экспоненциальное распределение; f_2, f_3 – DN -соответственно для коэффициента вариации, равного 1 и 0,7)

которая при этом имеет типичную форму закона распределения наработки до отказа – одностороннюю кривую с левосторонним смещением моды. На рис. 1 показаны кривые плотностей однопараметрического экспоненциального распределения и однопараметрического DN -распределения. Как видно из приведенных на рисунке плотностей распределе-

ния наработки до отказа (принято условно математическое ожидание наработки до отказа равным единице), расхождение между экспоненциальным законом распределения и DN -распределением весьма существенно. При этом очевидно, что закон распределения наработки до отказа для наиболее распространенного коэффициента вариации наработки (кривая f_3) представляется наиболее реальным. Многочисленные исследования многих авторов подтверждают этот вывод. Установлено, что использование однопараметрического экспоненциального распределения приводит к большим погрешностям в оценке искомых показателей надежности, а также к существенному увеличению объема испытаний в 1,5 и более раз по сравнению с использованием более адекватных двухпараметрических функций распределения наработки до отказа.

Благодаря многолетнему опыту эксплуатации и испытаний, значения коэффициентов вариации наработки до отказа (ресурса) для типовых объектов электронного, электротехнического и механического оборудования априори определяют коэффициент вариации наработки на основании анализа типовых процессов деградации, приводящих к отказам. Значения коэффициентов вариации наработок и видов процессов разрушений для типовых объектов приведены в ряде стандартов [2–4]. Учитывая объем и число рассмотренных данных (выборок), на основании которых определены диапазоны коэффициентов вариации (десятки выборок), можно утверждать, что доверительная вероятность указанных интервалов существенно выше 0,9.

Принятие численного значения коэффициента вариации из указанных диапазонов выше приведенных в стандартах в каждом конкретном случае диктуется соображениями общего характера: увеличение отношения нагрузки к пределу выносливости (прочности) относительно среднего статистического приводит к уменьшению коэффициента вариации и наоборот, то есть, чем меньше коэффициент нагружения, тем больше коэффициент вариации.

Оценка показателей надежности при планах испытаний (наблюдений) $[N_{Ur}]$ и $[N_{UT}]$, приводящих к однократному цензурированию статистических данных об отказах

При малом числе отказов ($r \leq 6, d \leq 6$) значения параметра формы ($\tilde{\nu}, \underline{\nu}, \bar{\nu}$) DN -распределения определяют согласно вышеприведенным рекомендациям.

Определение параметра масштаба μ DN -распределения осуществляется следующим образом.

По результатам наблюдений формируют вариационный числовой ряд по неубыванию суммарных наработок до отказа (предельного состояния): t_1, t_2, \dots, t_r (t_1, t_2, \dots, t_d). Вычисляют значения эмпирической функции распределения наработки в каждый момент t_j вариационного ряда ($j = 1, 2, \dots, m$; $m = r$ или $m = d$) по формуле

$$F_j = j / N. \quad (1)$$

Вычисляют точечную оценку параметра $\tilde{\mu}$ и доверительные границы параметра масштаба ($\underline{\mu}, \bar{\mu}$) по формулам

$$\tilde{\mu} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m t_j \left[x \left(\frac{j}{N}; \tilde{\nu} \right) \right]^{-1}, \quad \underline{\mu} = \tilde{\mu} x \left(1 - q; \frac{\tilde{\nu}}{\sqrt{m}} \right), \quad \bar{\mu} = \tilde{\mu} x \left(q; \frac{\tilde{\nu}}{\sqrt{m}} \right), \quad (2)$$

где $m = r$ (r – число отказов при плане испытаний [NUR]) или $m = d$ (d – число отказов при плане испытаний [NUT]).

Значение величины $x(F; \nu)$, представляющей собой относительную наработку при DN -распределении для вероятности отказа F при коэффициенте вариации наработки ν , определяют по соответствующим таблицам DN -распределения или решая следующее уравнение относительно x :

$$\Phi \left(\frac{x-1}{\nu \sqrt{x}} \right) + \exp \left(\frac{2}{\nu^2} \right) \cdot \Phi \left(-\frac{x+1}{\nu \sqrt{x}} \right) = F,$$

где $\Phi(\cdot)$ – функция нормированного нормального распределения.

Определив оценки параметров ($\underline{\mu}, \tilde{\mu}, \bar{\mu}, \underline{\nu}, \tilde{\nu}, \bar{\mu}$), вычисляют точечные оценки и доверительные границы соответствующих показателей надежности по формулам табл. 1.

Таблица 1. Формулы для вычисления оценок показателей надежности при DN -распределении

Оценки	Средняя наработка (ресурс)	Гамма-процентная наработка до отказа (ресурс)	Вероятность безотказной работы за наработку t
Точечная оценка	$\tilde{\mu}$	$\tilde{\mu} x(1 - \gamma; \tilde{\nu})$	$\Phi \left(\frac{\tilde{\mu} - t}{\tilde{\nu} \sqrt{\tilde{\mu} t}} \right) - \exp \left(\frac{2}{\tilde{\nu}^2} \right) \Phi \left(-\frac{\tilde{\mu} + t}{\tilde{\nu} \sqrt{\tilde{\mu} t}} \right)$
НДГ уровня q	$\underline{\mu}$	$\underline{\mu} x(1 - \gamma; \bar{\nu})$	$\Phi \left(\frac{\underline{\mu} - t}{\bar{\nu} \sqrt{\underline{\mu} t}} \right) - \exp \left(\frac{2}{\bar{\nu}^2} \right) \Phi \left(-\frac{\underline{\mu} + t}{\bar{\nu} \sqrt{\underline{\mu} t}} \right)$
ВДГ уровня q	$\bar{\mu}$	$\bar{\mu} x(1 - \gamma; \underline{\nu})$	$\Phi \left(\frac{\bar{\mu} - t}{\underline{\nu} \sqrt{\bar{\mu} t}} \right) - \exp \left(\frac{2}{\underline{\nu}^2} \right) \Phi \left(-\frac{\bar{\mu} + t}{\underline{\nu} \sqrt{\bar{\mu} t}} \right)$

Оценивание показателей надежности при планах испытаний [NRr] и [NRT], приводящих к статистическим данным с многократным цензурированием

Параметр формы (коэффициент вариации наработки) определяют аналогично предыдущему случаю.

Определение параметра масштаба μ DN -распределения.

По результатам наблюдений формируют вариационный числовой ряд по неубывающей суммарных наработок до отказа и до цензурирования: $(t_1, t_2, \dots, t_r, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)$. Определяют значение эмпирической функции распределения в каждый момент t_j (τ_j) вариационного ряда по формуле

$$F_j = F_{j-1} + (1 - F_{j-1}) r_j \left[N + r - \sum_{i=1}^{j-1} (r_i + n_i) \right]^{-1}, \quad (3)$$

где $r_{j(i)}, n_{j(i)}$ – соответственно число отказов (полных наработок) и число неполных наработок в $j(i)$ интервале ($j = 1, 2, \dots, w$), r – число замененных образцов. Число интервалов w и их граничные значения принимают из соображений удобства расчета.

Вычисляют точечную оценку параметра масштаба $\tilde{\mu}$ в общем случае по формуле

$$\tilde{\mu} = \left[\sum_{j=1}^w k_j \right]^{-1} \sum_{j=1}^w k_j t_j [x(j/N; \tilde{\nu})]^{-1},$$

где k_j – число совпадающих наработок на j -ом интервале.

Доверительные границы параметра масштаба $(\underline{\mu}, \bar{\mu})$ вычисляют по формулам (2).

Точечные оценки и доверительные границы соответствующих показателей надежности вычисляют согласно табл. 1.

Оценка показателей надежности при отсутствии отказов (малая выборка)

В теории биномиальной схемы испытаний с остановкой в случае безотказных испытаний установлено (в частности, Клоппером и Пирсоном [5]), что значение нижней доверительной границы отсутствия отказа при испытании N образцов может быть оценено выражением

$$\underline{P} = (1 - \beta)^{1/N}, \quad (4)$$

где β – односторонняя доверительная вероятность оценки вероятности безотказной работы системы (совокупности N образцов).

Связь между односторонней доверительной вероятностью β и двусторонней q доверительными вероятностями: $\beta = (1 + q)/2$.

В случае, когда на момент контроля (цензурирования) t_u группа идентичных образцов ($N \geq 4$) не имела отказов, параметр формы ν ($\tilde{\nu}, \underline{\nu}, \bar{\nu}$) определяют априори согласно известным рекомендациям.

Нижнюю границу вероятности отсутствия отказа за интервал испытаний (эксплуатации) t_u , если на испытании (эксплуатации) находилось N образцов и отказ не зафиксирован, вычисляют по формуле

$$\underline{P}(t_u) = \left(\frac{1 - q}{2} \right)^{1/N}.$$

Вычисляют нижнюю доверительную границу параметра масштаба μ DN -распределения, решая уравнение

$$\underline{P}(t_u) = \Phi \left(\frac{\underline{\mu} - t_u}{\bar{\nu} \sqrt{\underline{\mu} t_u}} \right) - \exp \left(\frac{2}{\bar{\nu}^2} \right) \Phi \left(- \frac{\underline{\mu} + t_u}{\bar{\nu} \sqrt{\underline{\mu} t_u}} \right).$$

Используя таблицы DN -распределения, по которым установленным способом (по значениям $F = 1 - P(t_u)$ и $v = \bar{v}$) определяют $x[1 - P(t_u), \bar{v}]$, выражение для оценки $\underline{\mu}$ можно записать в следующем виде:

$$\underline{\mu} = \frac{t_u}{x[1 - P(t_u); \bar{v}]} = t_u \cdot K_1^*(P, \bar{v}),$$

где $K_1^*(P, \bar{v})$ – поправочный коэффициент, учитывающий эмпирическую вероятность отсутствия отказа; $x[\cdot]$ – относительная наработка по DN -распределению, определение которой указано выше.

Используя оценку $\underline{\mu}$, соответствующую доверительной вероятности q , получают выборочную среднюю оценку параметра $\tilde{\mu}$:

$$\tilde{\mu} = \frac{\underline{\mu}}{x(1 - q; \tilde{v})} = t_u \cdot K_1^*(P, \bar{v}) \cdot K_2^*(q, \tilde{v}),$$

где $K_2^*(q, \tilde{v})$ – поправочный коэффициент, учитывающий вид распределения и доверительную вероятность оценки параметра.

Оценку верхней доверительной границы параметра масштаба $\bar{\mu}$ вычисляют по формуле

$$\bar{\mu} = \tilde{\mu} \cdot x(q; \tilde{v}) = \tilde{\mu} \bar{K}_2^*(q, \tilde{v}).$$

Определив оценки параметров $(\underline{\mu}, \tilde{\mu}, \bar{\mu}, v, \tilde{v}, \bar{\mu})$, вычисляют точечные оценки и доверительные границы соответствующих показателей надежности согласно табл. 1.

3. Заключение

Применение в качестве теоретической модели диффузионных распределений за счет использования дополнительной априорной информации (об ожидаемом значении коэффициента вариации распределения наработки) позволяет существенно сократить объем испытаний.

Предложенные методики на основе вероятностно-физических моделей отказов (диффузионных распределений), в условиях малой статистики отказов, на основе использования дополнительной априорной информации о коэффициенте вариации распределения наработки до отказа позволяют оценить параметры закона распределения наработки до отказа, что дает возможность определить все необходимые показатели надежности исследуемых изделий (среднюю наработку, гамма-процентную наработку, вероятность безотказной работы за заданную наработку, остаточный ресурс и др.). То есть позволяют решить задачи оценки надежности в условиях, когда двухпараметрические, строго вероятностные, модели отказов (Вейбулла, логарифмически нормальное и др.) не работают ввиду малой статистики отказов, необходимой для оценки двух параметров.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Стрельников В.П. Оценка и прогнозирование надежности электронных элементов и систем / В.П. Стрельников, А.В. Федухин. – К.: Логос, 2002. – 486 с.
2. ГОСТ 27.005-97. Надежность в технике. Модели отказов. Основные положения. – Введ. 01.01.99. – 43 с.
3. ГОСТ 27.506-2000. Надежность в технике. Планы испытаний для контроля средней наработки до отказа (на отказ). Ч.: 2. Диффузионное распределение. – Введ. 01.07.2001. – 36 с.

4. ДСТУ 2862-94. Надежность техники. Методы расчета показателей надежности. Общие требования. – Введ.01.01.96. – 39 с.
5. Надежность и эффективность в технике: справочник в 10 т. / Под ред. Р.С. Судакова, О.И. Тескина. – М.: Машиностроение, 1989. – Т. 6: Экспериментальная отработка и испытания. – 376 с.

Стаття надійшла до редакції 26.01.2011