



УДК 621.3.019.3

А.В. ФЕДУХИН

АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ СМЕШАННОГО РЕЗЕРВИРОВАНИЯ НЕВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ СИСТЕМ

Abstract: The questions of constant mixed reservation efficiency of the non-restorable systems are considered. The analysis of systems reliability by a logical-likelihood method with use of the device Boolean algebra, lambda method on the basis of exponential distributions and PP-method on the basis of DN -distributions is lead, and recommendations on use of the constant mixed reservation of non-restorable systems are given.

Key words: reliability of non-restorable system, a way of the reservation, the mixed reservation.

Анотація: Розглянуті питання ефективності постійного змішаного резервування невідновлювальних систем. Проведено аналіз надійності систем логіко-ймовірносним методом з використанням апарата булевої алгебри, лямбда-методом на основі експоненційного розподілу та ВФ-методом на основі DN -розподілу, надано рекомендації щодо використання постійного змішаного резервування невідновлювальних систем.

Ключові слова: надійність невідновлювальної системи, спосіб резервування, змішане резервування.

Аннотация: Рассмотрены вопросы эффективности постоянного смешанного резервирования невосстанавливаемых систем. Проведен анализ надежности систем логико-вероятностным методом с использованием аппарата булевой алгебры, лямбда-методом на основе экспоненциального распределения и ВФ-методом на основе DN -распределения, даны рекомендации по использованию постоянного смешанного резервирования невосстанавливаемых систем.

Ключевые слова: надежность невосстанавливаемой системы, способ резервирования, смешанное резервирование.

1. Введение

Одним из способов повышения надежности системы является введение избыточности. В зависимости от конструктивного исполнения и структуры системы избыточность можно вводить на уровне элементов, блоков, функциональных узлов, подсистем и системы в целом. Вопросы расчета надежности систем с общим (на уровне системы) и поблочным резервированием достаточно хорошо изучены в [1, 2]. Однако такие способы резервирования систем в чистом виде редко используются на практике, а наибольшее распространение имеют способы смешанного резервирования. Анализу эффективности таких способов резервирования невосстанавливаемых систем и посвящена данная работа.

2. Оценка эффективности введения избыточности в систему

2.1. Последовательная система с функцией выхода X_0

Рассмотрим последовательную неизбыточную систему, структурная схема надежности которой приведена на рис. 1.

Запишем функцию выхода системы:

$$X_0 = ACEG. \quad (1)$$

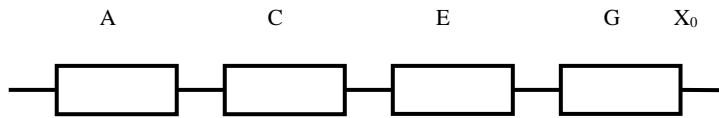


Рис. 1. Структурная схема надежности четырехблочной избыточной системы

Запишем выражение для вероятности безотказной работы:

$$R(X_0) = R(A) \cdot R(C) \cdot R(E) \cdot R(G). \quad (2)$$

Для иллюстрации полученных результатов в численном виде используем следующие данные контрольного примера.

Пример. Все составные части систем равнонадежны со средней наработкой до отказа $T_i = T = 1000$ ч. Вероятность безотказной работы составной части системы на момент суммарной наработки t_n равна $R_i(t) = R = 0,9$.

Расчеты безотказности избыточных невосстанавливаемых систем будем производить логико-вероятностным методом с использованием аппарата булевой алгебры [3], лямбда-методом на основе экспоненциального распределения и ВФ – методом на основе DN – распределения [4].

Логико-вероятностный метод

Вычислим вероятность безотказной работы по полученному выражению (2):

$$R(X_0) = R(A) \cdot R(C) \cdot R(E) \cdot R(G) = 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 = 0,9^4 = 0,6561.$$

Лямбда-метод

Вычислим интенсивность отказов блока системы:

$$\lambda = \frac{1}{T} = 0,001 \text{ 1/ч.}$$

Вычислим интенсивность отказов системы:

$$\lambda(X_0) = 4\lambda = 0,004 \text{ 1/ч.}$$

Вычислим среднюю наработку до отказа системы:

$$T(X_0) = \frac{1}{\lambda(X_0)} = 250 \text{ ч.}$$

Вычислим $R(X_0)$ для $t_n = 110$ ч.

Так как $R(A) = R(C) = R(E) = R(G) = R(t_n)$, то вычислим $x = \frac{t_n}{T} = 0,11$.

По таблицам экспоненциального распределения находим $Q(t_n) = 0,10$, откуда $R(t_n) = 1 - Q(t_n) = 0,9$.

$$R(X_0) = R(A) \cdot R(C) \cdot R(E) \cdot R(G) = 0,9^4 = 0,6561.$$

ВФ-метод

Вычислим среднюю наработку до отказа системы:

$$T(X_0) = \frac{T}{\sqrt{4}} = 500 \text{ ч.}$$

Вычислим $R(X_0)$ для $t_n = 240$ ч.

Для $x = \frac{t_n}{T} = 0,24$ и $V = V_B = 1$ по таблицам DN -распределения находим $Q(t_n) = 0,10$, откуда

$$R(t_n) = 1 - Q(t_n) = 0,9.$$

$$R(X_0) = R(A) \cdot R(C) \cdot R(E) \cdot R(G) = 0,9^4 = 0,6561.$$

Примечание. С целью обеспечения сопоставимости результатов расчетов параметрическими методами с классическим логико-вероятностным методом для лямбда-метода и ВФ-метода были приняты разные значения t_n , приводящие к одинаковому значению вероятности безотказной работы блока $R(t_n) = 0,9$.

2.2. Система с поблочным резервированием и функцией выхода X_1

Рассмотрим избыточную систему с поблочным резервированием, структурная схема надежности которой приведена на рис. 2.

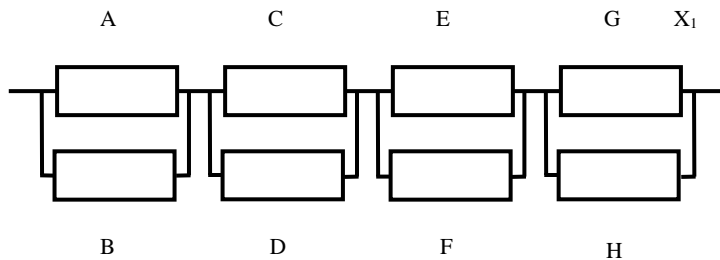


Рис. 2. Структурная схема надежности избыточной системы с поблочным резервированием

Запишем функцию выхода системы с использованием аппарата булевой алгебры [1].

$$X_1 = (A + B)(C + D)(E + F)(G + H). \quad (3)$$

Запишем выражение для вероятности безотказной работы.

$$R(X_1) = R[(A + B)(C + D)(E + F)(G + H)] = [R(A) + R(B) - R(A)R(B)] \times \\ \times [R(C) + R(D) - R(C)R(D)] \cdot [R(E) + R(F) - R(E)R(F)] \cdot [R(G) + R(H) - R(G)R(H)]. \quad (4)$$

Логико-вероятностный метод

Вычислим вероятность безотказной работы по полученному выражению (4).

$$R(X_1) = (0,9+0,9-0,9 \cdot 0,9) (0,9+0,9-0,9 \cdot 0,9) (0,9+0,9-0,9 \cdot 0,9) (0,9+0,9-0,9 \cdot 0,9) = 0,99^4 = 0,96059.$$

Лямбда-метод

Вычислим среднюю наработку до отказа дублированного блока системы:

$$T_{ДБ} = 1,5T = 1500 \text{ ч.}$$

Вычислим интенсивность отказов дублированного блока системы:

$$\lambda_{ДБ} = \frac{1}{T_{ДБ}} = 0,000666 \text{ 1/ч.}$$

Вычислим интенсивность отказов системы:

$$\lambda(X_1) = 4\lambda_{ДБ} = 0,002664 \text{ 1/ч.}$$

Вычислим среднюю наработку до отказа системы:

$$T(X_1) = \frac{1}{\lambda(X_1)} = 375,4 \text{ ч.}$$

Вычислим $R(X_1)$ для $t_n=110$ ч.

Так как вероятности безотказной работы дублированных блоков равны

$R_{ДБ}(A) = R_{ДБ}(C) = R_{ДБ}(E) = R_{ДБ}(G) = R_{ДБ}(t_n)$, то вычислим $x = \frac{t_n}{T_{ДБ}} = 0,07$. По таблицам

экспоненциального распределения находим $Q_{ДБ}(t_n) = 0,06761$, откуда

$$R_{ДБ}(t_n) = 1 - Q_{ДБ}(t_n) = 0,93239.$$

$$R(X_1) = [R_{ДБ}(t_n)]^4 = 0,93239^4 = 0,75577.$$

ВФ-метод

Вычислим среднюю наработку до отказа дублированного блока системы:

$$T_{ДБ} = \sqrt{2}T = 1414 \text{ ч.}$$

Вычислим среднюю наработку до отказа системы:

$$T(X_1) = [4T_{ДБ}^{-2}]^{-1/2} = 707,1 \text{ ч.}$$

Вычислим $R(X_1)$ для $t_n=240$ ч.

Для $x = \frac{t_n}{T_{ДБ}} = 0,17$ и $\nu = \frac{\nu_B}{\sqrt{2}} = 0,7$ по таблицам DN -распределения находим $Q_{ДБ}(t_n) = 0,00352$,

откуда $R_{ДБ}(t_n) = 1 - Q_{ДБ}(t_n) = 0,99648$.

$$R(X_1) = [R_{ДБ}(t_n)]^4 = 0,99648^4 = 0,98599.$$

2.3. Система со смешанным (узловым и блочным) резервированием и функцией выхода X_2

Рассмотрим избыточную систему со смешанным резервированием, структурная схема надежности которой приведена на рис. 3.

Запишем функцию выхода системы в виде

$$X_2 = (AC + BD)(E + F)(G + H). \quad (5)$$

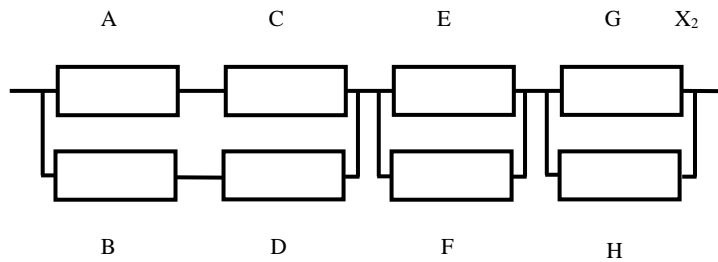


Рис. 3. Структурная схема надежности избыточной системы с узловым и блочным резервированием

Запишем выражение для вероятности безотказной работы.

$$\begin{aligned}
 R(X_2) &= R[(AC + BD)(E + F)(G + H)] = [R(AC) + R(BD) - R(ACBD)] \times \\
 &\times [R(E) + R(F) - R(E)R(F)] \cdot [R(G) + R(H) - R(G)R(H)] = \\
 &= [R(A)R(C) + R(B)R(D) - R(A)R(B)R(C)R(D)] \times \\
 &\times [R(E) + R(F) - R(E)R(F)] \cdot [R(G) + R(H) - R(G)R(H)]. \quad (6)
 \end{aligned}$$

Логико-вероятностный метод

Вычислим вероятность безотказной работы по полученному выражению (6):

$$R(X_2) = (0,9^2 + 0,9^2 - 0,9^4) \cdot 0,99^2 = 0,944718.$$

Лямбда-метод

Вычислим интенсивность отказов функционального узла, состоящего из последовательного соединения 2 блоков:

$$\lambda_{AC} = \lambda_{BD} = \lambda_{\Phi Y} = 2\lambda = 0,002 \text{ 1/ч.}$$

Вычислим среднюю наработку до отказа функционального узла:

$$T_{\Phi Y} = \frac{1}{\lambda_{\Phi Y}} = 500 \text{ ч.}$$

Вычислим среднюю наработку до отказа дублированного функционального узла системы:

$$T_{\text{дФУ}} = 1,5T_{\Phi Y} = 750 \text{ ч.}$$

Вычислим интенсивность отказов дублированного функционального узла системы:

$$\lambda_{\text{дФУ}} = \frac{1}{T_{\text{дФУ}}} = 0,001333 \text{ 1/ч.}$$

Вычислим интенсивность отказов системы:

$$\lambda(X_2) = \lambda_{\text{дФУ}} + 2\lambda_{\text{дБ}} = 0,001333 + 2 \cdot 0,000666 = 0,002666 \text{ 1/ч.}$$

Вычислим среднюю наработку до отказа системы:

$$T(X_2) = \frac{1}{\lambda(X_2)} = 375,2 \text{ ч.}$$

Вычислим $R(X_2)$ для $t_n = 110$ ч.

Для $x = \frac{t_n}{T_{ДФУ}} = 0,15$ по таблицам экспоненциального распределения находим $Q_{ДФУ}(t_n) = 0,13929$,

откуда $R_{ДФУ}(t_n) = 1 - Q_{ДФУ}(t_n) = 0,86071$.

$$R(X_2) = R_{ДФУ}(t_n) \cdot [R_{ДБ}(t_n)]^2 = 0,86071 \cdot 0,93239^2 = 0,74826.$$

ВФ-метод

Вычислим среднюю наработку до отказа функционального узла системы:

$$T_{AC} = T_{BD} = T_{ФУ} = \frac{T}{\sqrt{2}} = 707,1 \text{ ч.}$$

Вычислим среднюю наработку до отказа дублированного функционального узла системы:

$$T_{ДФУ} = \sqrt{2}T_{ФУ} = T = 1000 \text{ ч.}$$

Вычислим среднюю наработку до отказа системы:

$$T(X_2) = [T_{ДФУ}^{-2} + 2T_{ДБ}^{-2}]^{-1/2} = 707,1 \text{ ч.}$$

Вычислим $R(X_2)$ для $t_n = 240$ ч.

Для $x = \frac{t_n}{T_{ДФУ}} = 0,24$ и $v = \frac{V_{ФУ}}{\sqrt{2}} = \frac{V_B}{\sqrt{2}} = 0,7$ по таблицам DN -распределения находим

$Q_{ДФУ}(t_n) = 0,02222$, откуда $R_{ДФУ}(t_n) = 1 - Q_{ДФУ}(t_n) = 0,97778$.

$$R(X_2) = R_{ДФУ}(t_n) \cdot [R_{ДБ}(t_n)]^2 = 0,97778 \cdot 0,99648^2 = 0,97091.$$

2.4. Система со смешанным (узловым и блочным) резервированием и функцией выхода X_3

Рассмотрим избыточную систему со смешанным резервированием, структурная схема надежности которой приведена на рис. 4.

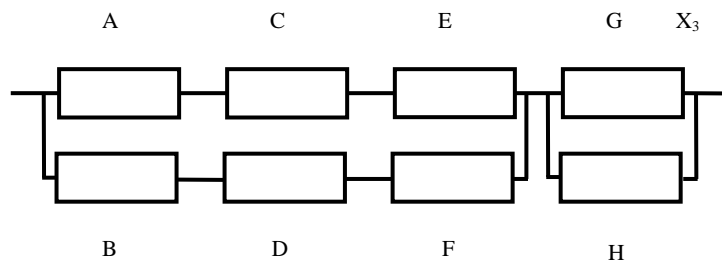


Рис. 4. Структурная схема надежности избыточной системы с узловым и блочным резервированием

Запишем функцию выхода системы в виде

$$X_3 = (ACE + BDF)(G + H). \quad (7)$$

Запишем выражение для вероятности безотказной работы.

$$\begin{aligned}
R(X_3) &= R[(ACE + BDF)(G + H)] = [R(ACE) + R(BDF) - R(ACEBDF)] \times \\
&\quad \times [R(G) + R(H) - R(G)R(H)] = \\
&= [R(A)R(C)R(E) + R(B)R(D)R(F) - R(A)R(B)R(C)R(D)R(E)R(F)] \times \\
&\quad \times [R(G) + R(H) - R(G)R(H)].
\end{aligned} \tag{8}$$

Логико-вероятностный метод

Вычислим вероятность безотказной работы по полученному выражению (8):

$$R(X_3) = (0,9^3 + 0,9^3 - 0,9^6) \cdot 0,99 = 0,917334.$$

Лямбда-метод

Вычислим интенсивность отказов функционального узла, состоящего из последовательного соединения 3 блоков:

$$\lambda_{ACE} = \lambda_{BDF} = \lambda_{\phi V} = 3\lambda = 0,003 \text{ 1/ч.}$$

Вычислим среднюю наработку до отказа функционального узла:

$$T_{\phi V} = \frac{1}{\lambda_{\phi V}} = 333 \text{ ч.}$$

Вычислим среднюю наработку до отказа дублированного функционального узла системы:

$$T_{д\phi V} = 1,5T_{\phi V} = 499 \text{ ч.}$$

Вычислим интенсивность отказов дублированного функционального узла системы:

$$\lambda_{д\phi V} = \frac{1}{T_{д\phi V}} = 0,002 \text{ 1/ч.}$$

Вычислим интенсивность отказов системы:

$$\lambda(X_3) = \lambda_{д\phi V} + \lambda_{дБ} = 0,002 + 0,000666 = 0,002666 \text{ 1/ч.}$$

Вычислим среднюю наработку до отказа системы:

$$T(X_3) = \frac{1}{\lambda(X_3)} = 375,1 \text{ ч.}$$

Вычислим $R(X_3)$ для $t_n = 110$ ч.

Для $x = \frac{t_n}{T_{д\phi V}} = 0,22$ по таблицам экспоненциального распределения находим $Q_{д\phi V}(t_n) = 0,19748$,

откуда $R_{д\phi V}(t_n) = 1 - Q_{д\phi V}(t_n) = 0,80252$.

$$R(X_3) = R_{д\phi V}(t_n) \cdot R_{дБ}(t_n) = 0,80252 \cdot 0,93239 = 0,74826.$$

ВФ-метод

Вычислим среднюю наработку до отказа функционального узла системы:

$$T_{ACE} = T_{BDF} = T_{\phi V} = \frac{T}{\sqrt{3}} = 577 \text{ ч.}$$

Вычислим среднюю наработку до отказа дублированного функционального узла системы:

$$T_{ДФУ} = \sqrt{2}T_{ФУ} = 816 \text{ ч.}$$

Вычислим среднюю наработку до отказа системы:

$$T(X_3) = [T_{ДФУ}^{-2} + T_{ДБ}^{-2}]^{-1/2} = 707,1 \text{ ч.}$$

Вычислим $R(X_3)$ для $t_n = 240$ ч.

Для $x = \frac{t_n}{T_{ДФУ}} = 0,29$ и $v = \frac{V_{ФУ}}{\sqrt{2}} = \frac{V_B}{\sqrt{2}} = 0,7$ по таблицам DN -распределения находим

$Q_{ДФУ}(t_n) = 0,04823$, откуда $R_{ДФУ}(t_n) = 1 - Q_{ДФУ}(t_n) = 0,95177$.

$$R(X_3) = R_{ДФУ}(t_n) \cdot R_{ДБ}(t_n) = 0,95177 \cdot 0,99648 = 0,94842.$$

2.5. Система с резервированием на уровне системы и функцией выхода X_4

Рассмотрим избыточную систему с резервированием на уровне системы, структурная схема надежности которой приведена на рис. 5.

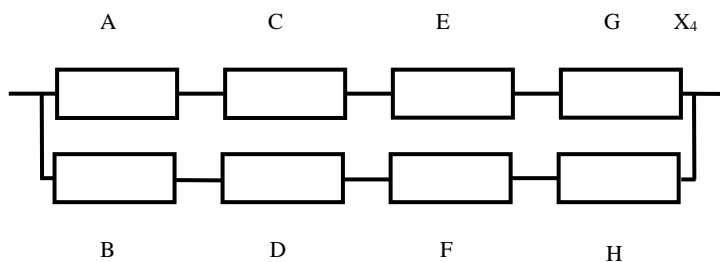


Рис. 5. Структурная схема надежности избыточной системы с системным резервированием

Запишем функцию выхода системы в виде

$$X_4 = (ACEG + BDFH). \quad (9)$$

Запишем выражение для вероятности безотказной работы.

$$\begin{aligned} R(X_4) &= R[(ACEG + BDFH)] = [R(ACEG) + R(BDFH) - R(ACEGBDFH)] = \\ &= R(A)R(C)R(E)R(G) + R(B)R(D)R(F)R(H) - R(A)R(B)R(C)R(D)R(E)R(F)R(G)R(H). \end{aligned} \quad (10)$$

Логико-вероятностный метод

Вычислим вероятность безотказной работы по полученному выражению (10):

$$R(X_4) = (0,9^4 + 0,9^4 - 0,9^8) = 0,881733.$$

Лямбда-метод

Вычислим интенсивность отказов функционального узла, состоящего из последовательного соединения 4 блоков:

$$\lambda_{ACEG} = \lambda_{BDFH} = \lambda_{ФУ} = 4\lambda = 0,004 \text{ 1/ч.}$$

Вычислим среднюю наработку до отказа функционального узла:

$$T_{\phi Y} = \frac{1}{\lambda_{\phi Y}} = 250 \text{ ч.}$$

Вычислим среднюю наработку до отказа дублированного функционального узла системы:

$$T_{\text{ДФУ}} = 1,5T_{\phi Y} = 375 \text{ ч.}$$

Вычислим интенсивность отказов дублированного функционального узла системы:

$$\lambda_{\text{ДФУ}} = \frac{1}{T_{\text{ДФУ}}} = 0,002666 \text{ 1/ч.}$$

Вычислим интенсивность отказов системы:

$$\lambda(X_4) = \lambda_{\text{ДФУ}} = 0,002666 \text{ 1/ч.}$$

Вычислим среднюю наработку до отказа системы:

$$T(X_4) = \frac{1}{\lambda(X_4)} = 375 \text{ ч.}$$

Вычислим $R(X_4)$ для $t_n = 110$ ч.

Для $x = \frac{t_n}{T_{\text{ДФУ}}} = 0,29$ по таблицам экспоненциального распределения находим $Q_{\text{ДФУ}}(t_n) = 0,25174$,

откуда $R_{\text{ДФУ}}(t_n) = 1 - Q_{\text{ДФУ}}(t_n) = 0,74826$.

$$R(X_4) = R_{\text{ДФУ}}(t_n) = 0,74826.$$

ВФ-метод

Вычислим среднюю наработку до отказа функционального узла системы:

$$T_{ACEG} = T_{BDFH} = T_{\phi Y} = \frac{T}{\sqrt{4}} = 500 \text{ ч.}$$

Вычислим среднюю наработку до отказа дублированного функционального узла системы:

$$T_{\text{ДФУ}} = \sqrt{2}T_{\phi Y} = 707,1 \text{ ч.}$$

Вычислим среднюю наработку до отказа системы:

$$T(X_4) = T_{\text{ДФУ}} = 707,1 \text{ ч.}$$

Вычислим $R(X_4)$ для $t_n = 240$ ч.

Для $x = \frac{t_n}{T_{\text{ДФУ}}} = 0,34$ и $\nu = \frac{V_{\phi Y}}{\sqrt{2}} = \frac{V_B}{\sqrt{2}} = 0,7$ по таблицам DN -распределения находим

$Q_{\text{ДФУ}}(t_n) = 0,08338$, откуда $R_{\text{ДФУ}}(t_n) = 1 - Q_{\text{ДФУ}}(t_n) = 0,91662$.

$$R(X_4) = R_{\text{ДФУ}}(t_n) = 0,91662.$$

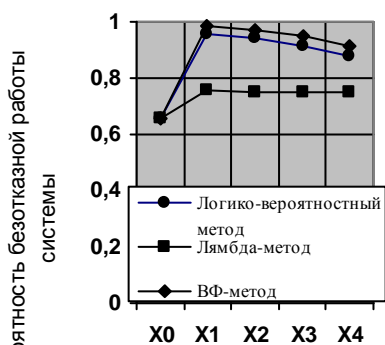


Рис. 6. Зависимость вероятности безотказной работы системы от способа введения избыточности

Зависимость вероятности безотказной работы системы от способа введения избыточности приведена на рис. 6.

3. Выводы

Не трудно видеть, что наибольшим значением вероятности безотказной работы характеризуется система с поблочным резервированием и функцией выхода X_1 , что подтверждает выводы, сделанные в [1, 2].

По критерию вероятности безотказной работы все способы смешанного резервирования, а

также резервирование на уровне системы, являются менее предпочтительными.

Оценка вероятности безотказной работы, рассчитанная лямбда-методом, не зависит от способа смешанного резервирования системы. Наиболее близкие оценки вероятности безотказной работы по отношению к логико-вероятностному методу расчета, основанному на классических теоремах теории вероятностей, дает ВФ-метод.

При условии равнонадежности блоков и изменении способа смешанного резервирования системы оценка средней наработки до отказа практически не изменяется как в рамках экспоненциального распределения, так и в рамках DN -распределения. Это подтверждает вывод [2] о том, что среднее время исправной работы резервированной системы является неудовлетворительным критерием оценки эффективности способа резервирования. Наиболее информативным является такой показатель, как вероятность безотказной работы или вероятность отказа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шишонов Н.А. Основы теории надежности и эксплуатации радиоэлектронной техники / Н.А. Шишонов, В.Ф. Репкин, Л.Л. Барвинский. – М.: Советское радио, 1964. – 551 с.
2. Половко А.М. Основы теории надежности. – М.: Наука, 1964. – 446 с.
3. Надежность радиоэлектронных систем / Пер. с англ.; Под ред. А.М. Половко, А.Г. Варжапетяна. – М.: Советское радио, 1968. – 326 с.
4. Стрельников В.П., Федухин А.В. Оценка и прогнозирование надежности электронных элементов и систем. – К.: Логос, 2002. – 486 с.

Стаття надійшла до редакції 20.12.2007