

В.П. СТРЕЛЬНИКОВ, Е.В. БАРЗИК, Е.С. ПАНТЕЛЕЕВА

АНАЛИЗ МЕТОДИК РАСЧЕТА БЕЗОТКАЗНОСТИ ИЗБЫТОЧНЫХ СИСТЕМ

Abstract: Methods of calculation of reliability of reserve systems such as "k from n" are considered. Using results of modelling of functioning the specified systems before occurrence of refusal, the comparative analysis of settlement and experimental estimations of parameters of reliability is performed. The most adequate method of calculation of reliability of the specified systems is revealed.

Key words: reliability, an average operating time to failure, reserve system.

Анотація: Розглянуті методи розрахунку безвідмовності надлишкових систем типу «k з n». Використовуючи результати моделювання функціонування зазначених систем до появи відмови, був проведений порівняльний аналіз розрахункових та експериментальних оцінок показників надійності. Виявлена найбільш адекватна методика розрахунку безвідмовності зазначених систем.

Ключові слова: безвідмовність, середній наробіток до відмови, надлишкова система.

Аннотация: Рассмотрены методики расчета безотказности избыточных систем типа «k из n». Используя результаты моделирования функционирования указанных систем до появления отказа, был проведен сравнительный анализ расчетных и экспериментальных оценок показателей надежности. Выявлена наиболее адекватная методика расчета безотказности указанных систем.

Ключевые слова: безотказность, средняя наработка до отказа, избыточная система.

1. Введение

Расчет показателей надежности систем, т.е. задача аналитической оценки надежности системы на основании известных данных о надежности составляющих элементов (компонентов), является наиболее распространенной и важной задачей надежности, которая решается на всех этапах проектирования и производства изделий. Применение той или иной теоретической функции распределения наработки, а также использование различных методик, основанных даже на одной функции распределения, приводят к весьма существенным расхождениям в оценке искомых показателей надежности систем. В настоящей работе рассматриваются и оцениваются методические погрешности известных методов расчета надежности избыточных систем.

2. Постановка задачи

В настоящей работе представлены современные методы расчета надежности избыточных систем, имеющих структуру типа "k из n" и состоящих из невосстанавливаемых и равнонадежных элементов. На рис. 1 представлена структурная схема системы типа "k из n".

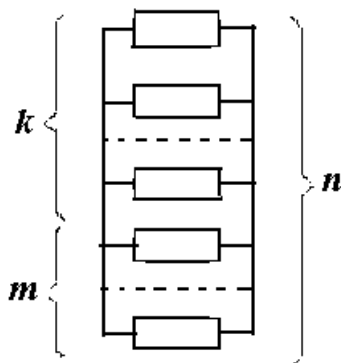


Рис. 1. Структура "k из n": n – общее число параллельно соединенных элементов; k – минимальное необходимое число работоспособных элементов; m – число резервных элементов

Рассмотрены следующие методики: 1) расчет надежности на основе классической теории вероятностей с использованием экспоненциального распределения (метод №1) [1]; 2) расчет надежности на основе классической теории вероятностей с использованием DN -распределения (метод №2) [1]; 3) расчет надежности вероятностно-физическим методом (ВФ-метод, метод №3) [2]; 4) расчет надежности на основе метода функций случайного аргумента (ФСА-метод, метод №4) [3]; 5) расчет надежности на основе использования метода порядковой статистики (ПС-метод, метод № 5) [4].

3. Схема расчета надежности на основе классической теории вероятностей

При расчете показателей надежности систем со сложной структурой, которая не может быть формализована структурной схемой надежности последовательно-параллельного типа, в частности, структур типа “ k из n ”, используется чаще всего метод прямого перебора и теоремы сложения вероятностей.

Используя теоремы сложения вероятностей, вероятность работоспособного состояния структуры типа “ k из n ” может быть записана в следующем виде:

$$R(t) = \sum_{r=0}^m R_r(t), \quad (1)$$

где m – максимально допустимое количество отказавших элементов, соответствующих работоспособности рассматриваемой системы; $R_r(t)$ – вероятность работоспособного состояния системы при отказе в системе r элементов.

Для системы типа “ k из n ” (k – основные элементы; $m = n - k$ – резервные элементы; $n = k + m$ – общее число элементов) функция вероятности безотказной работы системы имеет вид

$$R(t) = \sum_{i=0}^m C_n^{n-i} R_3^{n-i}(t) [1 - R_3(t)]^i, \quad (2)$$

где $C_n^{n-i} = \frac{n!}{(n-i)! i!}$; $R_3(t)$ – вероятность безотказной работы элемента системы.

После того, как определено выражение для $R(t)$, наработка до отказа системы может быть определена по формуле

$$T_c = \int_0^{\infty} R(t) dt. \quad (3)$$

4. Расчет надежности на основе классической теории вероятностей с использованием экспоненциального распределения (метод №1)

Если принять гипотезу о теоретическом распределении наработки до отказа элементов экспоненциального распределения, то, используя формулы (2) – (3), получаем известную расчетную оценку средней наработки до отказа исследуемой системы в следующем виде (принято $n = 5$; $k = 3$; $m = 2$):

$$T_c = T_3 \sum_{i=0}^m \frac{1}{n-m+i} = T_3 \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right) = \frac{47}{60} T_3, \quad (4)$$

где T_3, T_c – соответственно средние наработки до отказа элементов и системы.

Значение коэффициента вариации наработки до отказа системы при этом остается равным единице ($v_c = 1$).

5. Расчет надежности на основе классической теории вероятностей с использованием DN-распределения (метод №2)

Если принимается гипотеза о теоретическом распределении наработки до отказа элементов в виде DN-распределения, тогда решение поставленной задачи сводится к следующим процедурам:

1. Используя формулу (2) и принятые значения ($n = 5; k = 3; m = 2$), получают выражение для вероятности отказа системы за наработку t в следующем виде:

$$F(t) = 1 - [R_g(t)]^3 [10 - 15R_g(t) + 6[R_g(t)]^2]. \quad (5)$$

2. Вычисляют численное значение $R_g(t)$ за наработку $t = T_g$: $R_g(t) = 1 - DN(t; T_g, v_g)$.

3. Подставляя полученное значение $R_g(t)$ в формулу (5) для вероятности отказа системы, вычисляют вероятность отказа исследуемой системы $F(T_g)$ за наработку $t = T_g$.

4. Вычисляют значения средней наработки и коэффициента вариации наработки до отказа исследуемой системы по формулам $T_c = \frac{T_g}{x[F(T_g); v_c]}$; $v_c = \frac{v_g}{\sqrt{m+1}}$,

где $x[F(T_g); v_c] = \frac{T_g}{T_c} = x$ – относительная наработка, которую определяют из соответствующих таблиц DN-распределения по значениям $F = F(T_g)$ и $v = v_c$ или решая следующее уравнение:

$$\Phi\left(\frac{x-1}{v_c \sqrt{x}}\right) + \exp\left(\frac{2}{v_c^2}\right) \cdot \Phi\left(-\frac{x+1}{v_c \sqrt{x}}\right) = F(T_g). \quad (6)$$

6. Расчет надежности на основе ВФ-метода (метод № 3)

При использовании вероятностно-физического метода (ВФ-метода) [2] закон распределения наработки до отказа системы, если в качестве теоретической модели отказов элементов и системы принято диффузионное немонотонное распределение (DN-распределение), записывается в следующем виде:

$$DN(t; \mu_c, v_c) = \Phi\left(\frac{t - \mu_c}{v_c \sqrt{t\mu_c}}\right) + \exp\left(\frac{2}{v_c^2}\right) \cdot \Phi\left(-\frac{t + \mu_c}{v_c \sqrt{t\mu_c}}\right) = \Phi\left(\frac{at - \Pi}{v_c \sqrt{at\Pi}}\right) + \exp\left(\frac{2}{v_c^2}\right) \cdot \Phi\left(-\frac{at + \Pi}{v_c \sqrt{at\Pi}}\right),$$

где μ_c, v_c – соответственно параметр масштаба (среднее значение наработки) и параметр формы (коэффициент вариации) распределения наработки до отказа системы;

$a = \left(\sum_{i=1}^n T_{\vartheta i}^{-2} \right)^{\frac{1}{2}}$ – параметр распределения, представляющий собой среднюю скорость

изменения обобщенного параметра (модуля вектора-функции) деградации системы;

Π – предельное значение принятого обобщенного определяющего параметра системы.

Значение Π для избыточной системы устанавливается из соображений, какой по счету отказ элементов приводит к отказу системы. Если система имеет r резервных элементов, то $(r+1)$ -ое достижение граничной гиперповерхности области работоспособности системы приводит к отказу системы. Следовательно, $\Pi = m + 1 = n - k + 1$.

При использовании ВФ-метода оценки параметров распределения наработки до отказа структуры типа “ k из n ” будут иметь следующий вид:

$$\mu_c = \frac{\Pi}{a} = \frac{T_{\vartheta} (n - k + 1)}{\sqrt{n}}; \quad \nu_c = \frac{\nu_{\vartheta}}{\sqrt{n - k + 1}}. \quad (7)$$

7. Расчет надежности на основе ФСА-метода (метод №4)

При применении ФСА-метода [3], основанного на математическом аппарате теории случайных аргументов, использующем представление наработки до отказа элементов системы и системы в целом в виде распределений Вейбулла, для избыточной структуры типа “ k из n ” (при $n = 5$, $k = 3$) получают следующие оценки:

$$T_c = T_{\vartheta} \left(\frac{n - k + 1}{n} \right)^{\nu_c} = T_{\vartheta} \left(\frac{3}{5} \right)^{\nu_c}; \quad \nu_c = 0,56 \cdot \nu_{\vartheta}. \quad (8)$$

8. Расчет надежности на основе ПС-метода (метод №5)

Настоящая модель расходования ресурса [4] рассматривает систему как совокупность однотипных элементов, поставленных на испытание. При этом отказом системы является момент, соответствующий появлению j -го отказа (j -ой порядковой статистики, где $j = r + 1$, r – число элементов, находящихся в нагруженном резерве). Таким образом, рассматриваемая задача сводится к определению закона распределения порядковой статистики (ПС). Отсюда название – ПС-метод.

Если наработка до отказа элементов описывается, например, DN – распределением вида $DN(t; T_{\vartheta}, \nu_{\vartheta})$, то закон распределения наработки, соответствующей появлению j -го отказа (j -ой порядковой статистики), может быть описан DN – распределением вида $DN(t; \mu_j, \nu_{\vartheta} / \sqrt{j})$. В последнем выражении функции распределения неизвестным представляется только один параметр масштаба μ_j , который может быть вычислен по формуле

$\mu_j = T_0 \cdot x_j$, где x_j – относительная наработка, соответствующая появлению j -го отказа из n элементов, поставленных на испытание, то есть $x_j = x(j/n; \nu_3) = t_j / T_3$ (t_j – наработка до j -го отказа). Значение x_j можно определить из таблиц функции DN – распределения обратным входом по значениям вероятности отказа $F = j/n$ и коэффициента вариации наработки до отказа элементов ν_3 или решая уравнение аналогичное (6).

Таким образом, функция распределения наработки до отказа системы согласно ПС-методу имеет вид

$$F(t) = DN(t; \mu_c, \nu_c) = \Phi\left(\frac{t - \mu_c}{\nu_c \sqrt{\mu_c t}}\right) + \exp\left(\frac{2}{\nu_c^2}\right) \cdot \Phi\left(-\frac{t + \mu_c}{\nu_c \sqrt{\mu_c t}}\right),$$

где оценки параметров закона распределения наработки $DN(t; \mu_c, \nu_c)$ вычисляются по следующим формулам: $\mu_c = T_3 \cdot x\left(\frac{j}{n}; \nu_3\right)$; $\nu_c = \frac{\nu_3}{\sqrt{j}}$.

9. Сравнительный анализ методик расчета надежности

Проведен сравнительный анализ рассмотренных методик расчета надежности. На основании экспериментальных данных отказов было проведено моделирование структур типа " k из n " (при $n = 5$, $k = 3$) и определены показатели надежности этих структур (средняя наработка до отказа и коэффициент вариации наработки до отказа этих структур). На основании большого объема экспериментальных данных были оценены методические погрешности рассмотренных методик и определена наиболее адекватная методика, которая и рекомендуется для расчета надежности систем, имеющих структуру типа " k из n ".

В качестве элементов взяты образцы из сплава В-95, которые были испытаны при соответствующих условиях и получены следующие результаты: объем выборки $N = 463$, среднее выборочное значение ресурса $T_3 = 169040$ цикл, коэффициент вариации ресурса $\nu_3 = 0,56$. Полный вариационный ряд данной выборки приведен в стандарте [5]. Случайным образом (метод Монте-Карло) из указанных данных формировались системы из пяти элементов (100 систем). Отказом такой системы служила наработка до отказа третьего элемента. Таким образом, было получено 100 значений наработок до отказа исследуемых систем T_{ci} ($i = 1, 2, \dots, 100$). Результаты моделирования приведены в последней строке табл. 1.

Таблица 1. Расчетные и моделируемые показатели надежности структур

Метод	Средняя наработка до отказа системы, T_c , цикл	Коэффициент вариации наработки, v_c
Метод №1	132415	1,0
Метод №2	152288	0,323
Метод №3	226791	0,323
Метод №4	144018	0,314
Метод №5	145000	0,323
Моделирование	165835	0,31

10. Выводы

В результате исследования априорных оценок средней наработки до отказа T_c и коэффициентов вариации наработки V_c избыточных систем типа "*k из n*", вычисленных на основе различных законов распределений и различных методов, а также анализа экспериментальных результатов, можно констатировать, что результаты расчета надежности рассматриваемых систем имеют существенные расхождения. В частности, методические погрешности при использовании экспоненциального распределения (метод № 1) наибольшие: занижение оценки T_c на 20%; завышение оценки V_c на 220%. Наиболее точными являются расчетные оценки, полученные на основе DN – распределения (метод №2): занижение оценки T_c на 8,5%; завышение оценки V_c на 4%. Таким образом, при расчете надежности рассматриваемых избыточных систем необходимо использовать более адекватные двухпараметрические распределения, в частности, DN – распределение, на основании которого разработаны [2, 4] методики расчета надежности самых разнообразных систем (неизбыточных и избыточных, невосстанавливаемых и восстанавливаемых).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Азарсков В.Н., Стрельников В.П. Надежность систем управления и автоматики: Учебное пособие. – К.: НАУ, 2004. – 164 с.
2. Погребинский С.Б., Стрельников В.П. Проектирование и надежность многопроцессорных ЭВМ. – М.: Радио и связь, 1988. – 168 с.
3. Надежность и эффективность АСУ / Заренин Ю.Г., Збырко М.Д., Креденцер Б.П. и др. – К.: Техніка, 1975. – 368 с.
4. Стрельников В.П., Федухин А.В. Оценка и прогнозирование надежности электронных элементов и систем. – К.: Логос, 2002. – 486 с.
5. ГОСТ 27.005-97 Надежность в технике. Модели отказов. Основные положения. – Введ. 01.01.99. – 43 с.